
INFA-Småtryk 1995 - 1

Allan C. Malmberg

**Børns chanceintuition
belyst gennem matematikspil**

INFA Matematik - 1995

INFA - Småtryk 1995 - 1

Allan C. Malmberg

Børns chanceintuition belyst gennem matematikspil

Indholdsfortegnelse

1. Baggrund for INFA-undersøgelsen	2
2. Undersøgelser af børns chancebegreb	3
3. INFA-undersøgelsens problemstilling	5
4. Undersøgelsens tilrettelæggelse	6
5. Undersøgelsens data	10
6. En analyse af resultaterne	13
7. Litteraturhenvisninger	20
Bilag 1: Data opdelt efter klasser	21
Bilag 2: Data opdelt efter køn	30

Børns chanceintuition belyst gennem matematikspil

Dette hæfte fremlægger resultaterne fra en undersøgelse der er foretaget over nogle år i tilknytning til projektet INFA-Matematik. Undersøgelsen havde til formål at belyse i hvilken grad der i en undervisning i sandsynlighedsregning i skolen kan bygges på et intuitivt chancebegreb hos eleverne.

1. Baggrund for INFA-undersøgelsen

Et emne der i særlig grad er taget op i INFA-Matematik er "Sandsynlighedsregning og statistik i skolen". En beskrivelse af dette arbejde er givet i INFA-Småtryk 1994-2 [1]. Her er også givet en oversigt over de forsøgstekster der er udarbejdet i INFA-projektet og udsendt i "Chancelæreserien".

Et af de centrale emner for arbejdet med sandsynlighedsregning og statistik i skolen har været sandsynlighedsbegrebet. Dette fundamentale begreb er helt afgørende for behandling af fagområdet i den indledende undervisning og for den læring der finder sted hos eleverne.

Traditionelt har skolens sandsynlighedsbegreb været det klassiske kombinatoriske med optælling af gunstige og mulige udfald. Erfaringerne viser at dette ofte har ført til en undervisning uden kontakt med fagområdets mange anvendelser, og til en undervisning som er fremtrådt umotiverende og svært tilgængelig for eleverne. En redegørelse herfor er givet i [1].

I INFAs *Chancelæreserie* er hovedvægten lagt på det statistiske sandsynlighedsbegreb. Her er udgangspunktet en datasamling, *en database*, som giver grundlag for fremsættelse af udsagn om chancer og risikoe. En fremstilling af disse ideer og deres anvendelse i Chancelæreserien er givet i INFA-Småtryk 1994-3 [2]. (Se specielt afsnit 3 i [2]: "Et chancebegreb som bygger på databaser").

Det er for ideerne bag arbejdet i [2] en antagelse at elever i folkeskolen vil kunne arbejde på et intuitivt grundlag med små databaser hvorfra der udtages elementer. Det kan dreje sig om en samling af kugler forsynet med tal. I en forelagt chancsituation skal eleven udvælge den kuglesamling hvorfra der er størst chance for at udtrække en kugle

med det ønskede tal. En sådan udvælgelse vil ofte kunne foretages "med fornuft" selv af meget unge elever. INFA-Matematik arbejdede derfor ud fra den hypotese at en indledende beskæftigelse med emner fra chancelæren kan støtte sig på elevernes chanceintuition vedrørende udtagelse fra overskuelige databaser.

For nærmere at belyse denne antagelse etableredes et omfattende forsøg med deltagelse af elever fra alle skolens klassetrin 1-9. I alt deltog mere end 700 elever i undersøgelsen som tidsmæssigt strakte sig over et par år.

2. Undersøgelser af børns chancebegreb

Der er gennem de seneste 50 år på internationalt plan udført en lang række undersøgelser af børns chancebegreb. Her skal kort omtales to modeller for udviklingen af chancebegrebet som har præget arbejdet inden for dette område.

Piagets model for kognitiv udvikling

Jean Piaget og hans medarbejdere udsendte deres resultater fra en række undersøgelser foretaget omkring 1950 med det formål at belyse børns chancebegreb og dette begrebs udvikling med børnenes alder. Undersøgelserne der er foretaget ved Piagets kendte interview-teknik omfattede i de enkelte forsøg en snes børn i alderen 3-12 år. Resultaterne er fremlagt i Piaget og Inhelder [3].

Blandt Piagets mange eksperimenter til belysning af tilfældighedsbegrebet og sandsynlighedsbegrebet findes ingen der belyser den problemstilling som er taget op i INFA-forsøget, nemlig chanceovervejelser i forbindelse med udtagelse af enkeltelementer fra en forelagt samling.

Fischbeins intuitions-model

Den rumænske psykolog E. Fischbein har i 1975 fremlagt en undersøgelse over børns chanceintuition [5]. Ifølge Fischbein har børn allerede i førskolealderen en primær chanceintuition som kan udvikles i barnets møde med hverdagens situationer af chancemæssig art.

Fischbein mener i modsætning til Piaget at undervisning vil kunne fremme udviklingen af børnenes chancebegreb. Han arbejder med en

lærings-model hvor såkaldt primær intuition i samspil med den faglige undervisning afløses af sekundær intuition. Gennem undervisningens faglige aktiviteter vil børnenes chanceintuition udvikle sig til et stadigt højere niveau. En fremstilling af disse ideers anvendelse i undervisningen er givet hos Borovcnik [6].

Fishbein har i 1970 [se 5, appendix 3] udført forsøg til belysning af den samme problemstilling som INFA-forsøget tager op. Han har her arbejdet med børn i tre aldersgrupper: 5-6 år, 9-10 år og 12-13 år. I Fischbeins undersøgelser indgår tillige en belysning af den effekt instruktion har på elevernes omgang med chancetituationer. Ved instruktionen blev givet en række tommelfingerregler som kunne hjælpe eleverne til at foretage de rette beslutninger.

Fischbeins forsøg viser at antallet af korrekte beslutninger øges med alderen, og at instruktion har en positiv effekt. Allerede børn i 9-10 års alderen har forudsætninger for gennem korte, egnede faginformationer at opnå en yderligere udvikling af deres sandsynlighedsbegreb. Fischbein og hans medarbejdere konkluderer af forsøgene at den kognitive struktur for chanceovervejelserne har været til stede hos disse børn, og at den givne instruktion har været igangsætter for de kognitive operationer.

Andre arbejder

En lang række af psykologer og pædagoger har udført undersøgelser af børns og unges chancebegreb. En oversigt og sammenfatning af resultater fra forskning forud for 1982 er givet i [4], et arbejde der var med til at etablere det senere INFA-projekt " Sandsynlighedsregning og statistik i skolen". Fischbeins forsøg, som er omtalt ovenfor, beskrives i [4] i afsnit 3.2.5. - Fra de mange undersøgelser inden for feltet konkluderes i [4] "at udviklingen af et sandsynlighedsbegreb hos barnet er et resultat af barnets aktive forhold til dets omgivelser, og at denne udvikling indledes før barnet møder skolen og dens formaliserede undervisning".

Nogle nyere arbejder inden for området er omtalt i [7] og [8].

* * *

Det er et generelt træk ved de mange undersøgelser at de er foregået med dataindsamling gennem interviews, enten verbalt eller ved spørgeskemaer, og gennem problemløsning (skriftligt eller ved konkrete materialer) med besvarelse af et antal opgaver med problemstillinger fra området kombinatorik, sandsynlighedregning og statistik. De er således udført i et miljø som er etableret specielt for undersøgelsens skyld, og som ikke lader eleverne i tvivl om at de er under iagttagelse.

3. INFA-undersøgelsens problemstilling

Den foreliggende undersøgelse har til opgave at belyse i hvilken grad skoleelever gør brug af et intuitivt chancebegreb når de udsættes for beslutninger i chancesituationer.

Det er undersøgelsens sigte at denne belysning foregår i tilknytning til meningsfyldte aktiviteter, hvor eleverne er motiverede til at arbejde seriøst med de forelagte situationer. Der skal altså ikke benyttes kliniske miljøer hvor eleverne skal forestille sig at de var i en nærmere beskrevet situation.

Det er endvidere et sigte at elevernes intuition belyses gennem deres handlinger og ikke gennem verbale udsagn i spørgeskemaer eller interviews. Netop chancer og chanceforståelse kan være et område hvor en handle-intuition hos eleverne tidsmæssig går langt forud for deres evne til at give en verbal forklaring af handlemønstre.

En tilrettelæggelse af undersøgelsen ud fra disse forudsætninger kan gøres i regi af et matematikspil udført ved hjælp af datamaskine. Fra INFAs mange edb-spil har vi set hvor engageret elever på alle alderstrin går ind i beskæftigelse med dem. Ved et passende spil-design kan det opnås at elevernes handlinger i beslutningssituationer kan belyse deres intuitive vurdering af chancer.

Ved at lade spillet udføre på datamaskine er der mulighed for at foretage en automatisk dataindsamling til beskrivelse af de beslutninger eleverne udfører undervejs i spillet, uden at der gribes forstyrrende ind i spillet. Det er således ikke *udsagn* fra eleverne der udgør undersøgelsens data, men alene deres handlinger i beslutningssituationer.

4. Undersøgelsens tilrettelæggelse

I undersøgelsen er benyttet INFA-matematikspillet STAT36. Det er ét af en række edb-spil som er udviklet i INFA med henblik på arbejdet med opbygningen af elevernes chancebegreb.

STAT36

STAT36 udføres på en spilleplan med 36 nummererede felter, samt et startfelt og et målfelt:

Æske 1: 1 1 2 2 2 3	Æske 2: 1 1 1 3 3 3	Æske 3: 1 2 2 3 3 3	Grøn: 2 → Rød: 2 ←															
S	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
			←	→			→	←			←			←	→			←
19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	M
←	→			←	→	→			←			→	←			←	←	

Spilleplanen fremtræder på skærmen med blå, grønne og røde felter. Når en spillers brik lander på et grønt felt rykkes brikken yderligere to felter længere frem. Når en spillers brik lander på et rødt felt må brikken rykkes to felter tilbage. På de blå felter er der ingen frem- eller tilbagekrykninger.

På billedet ovenfor er de røde felter afmærket med en pil der vender mod venstre og de grønne felter med en pil der vender mod højre.

Øverst på skærmen er vist tre spilleæsker, som hver indeholder 6 tal:

Spilleæske 1: 1 1 2 2 2 3
 Spilleæske 2: 1 1 1 3 3 3
 Spilleæske 3: 1 2 2 3 3 3

Når en spiller er på tur udvælger han en af de tre spilleæsker. Datamaskinen udtrækker da ved tilfældig udvælgelse, "lodtrækning", et af tallene fra denne æske. Dette tal bestemmer hvor mange felter spillerens brik skal flyttes frem på spilleplanen.

Så snart spilleren har angivet sit valg af spilleæske, udføres resten automatisk af datamaskinen: Et tal udtrækkes, spillerens brik flyttes, og hvis den lander på et grønt eller et rødt felt foretages yderligere den ekstra flytning på to felter frem eller tilbage.

I hvert spil kan deltage fra 1 til 4 spillere. For hver spiller indtastes i programmet deres navn, deres alder og klassetrin. Endvidere gives oplysninger om hvilken skole spillet udføres på, samt dato for udførelsen.

Datamaskinen registrerer for hver af spillerne hvilke valg af spilleæske der bliver foretaget undervejs i spillet. Til registrering er udvalgt 12 af spilleplanens 36 felter. Det drejer sig om felterne med følgende numre:

0 (Start) 5 10 12 17 21 22 26 29 30 33 34

Eleverne

Eleverne i undersøgelsen er taget fra de skoler der har arbejdet i INFAs matematikprojekt. Det blev i henvendelsen til lærerne betonet at man ønskede deltagelse af hele klasser, ikke af udvalgte elever.

Efter en kort instruktion i spillet blev spillerne sluppet løs. At det drejede sig om at komme først i mål behøvede man næppe nok at nævne, det var en selvfølge for spillerne. De var derfor opsat på at foretage deres valg af spilleæsker således at de gav sig selv optimale muligheder for at vinde.

I den version af STAT36 der blev benyttet i undersøgelsen, var der ikke indlagt mulighed for at spillerne kunne slå hinandens brikker tilbage på spilleplanen. Enhver kunne derfor uforstyrret køre sit eget løb i spillet, og alene koncentrere sig om at foretage de rette valg for at nå hurtigt i mål. Dette gjorde spillet lidt mindre spændende, men det egentlige konkurrencemoment var stadig til stede.

Der blev ikke til spillerne givet nogen instruktion om hvad der måtte være fornuftige valg af æske i forskellige situationer. Det var netop undersøgelsens formål at vise om der hos skoleleverne eksisterede en chancemæssig forforståelse på dette punkt.

Af praktiske grunde kunne der ikke sættes faste grænser for hvor mange spil de enkelte spillere skulle deltage i. Der blev i henvendelsen til lærerne foreslået et antal på 5-10 spil. Helst ikke under 5 spil, da vi gerne så at eleverne var kommet over de indledende vanskeligheder og derefter kunne koncentrere sig om selve spillet. Og helst ikke over 10 spil, for at der ikke skulle indgå en "undervisningseffekt" hos nogle af spillerne. -Tilrettelæggelsen efter disse regler betyder imidlertid at nogle spillere indgår i undersøgelsen med et lidt større antal spil end andre spillere.

Sammensætningen af elevgrupper ved "spillebordene" har vi ikke blandet os i. Nogle grupper er rene pige- eller drengegrupper, andre er blandede. Det er ikke vort indtryk at dette har givet anledning til forskelle i spillestil hos eleverne.

Det skal bemærkes at da spillene er udført i klasserugi, vil eleverne i en spillegruppe stort set være på samme alderstrin.

Der er ikke i STAT36 indlagt nogen tidsgrænse for elevernes betænkningstid. Eleverne har altså kunne udstrække deres overvejelser i så lang tid som deres medspillere ville tolerere det.

"De rette valg"

Set fra et fagligt teoretisk synspunkt vil der for hvert af de udvalgte 12 felter i listen ovenfor være et optimalt valg af spilleæske. Et par eksempler skal her fremhæves.

Felt 0. For startfeltet gælder det om at få et 2-tal, og ikke et 3-tal eller et 1-tal. Den bedste chance for dette 2-tal fås ved valg af spilleæske 1. I øvrigt vil spilleæske 2 her være et ganske uheldigt valg, da æskens tal under ingen omstændigheder kan føre til andet end en fremrykning til felt nr. 1.

Felt 12. Her er det oplagte valg spilleæske 2. Dette valg vil med sikkerhed give en fremrykning, enten til felt 13 eller til felt 17. De to andre æsker vil derimod give risiko for at spillerens brik bliver stående på felt 12.

Felt 10. Her vil det bedste valg være spilleæske nr. 3. I denne æske er der mindst risiko for at få det uønskede 1-tal, og chancen for et 3-tal er ikke bedre i nogen af de andre æsker.

På denne måde kan de 12 udvalgte felter opdeles i tre grupper efter hvad det bedste valg af spilleæske er:

Spilleæske 1: Felterne	0	5	29		
Spilleæske 2: Felterne	12	21	26	30	33
Spilleæske 3: Felterne	10	17	22	34	

De anførte valg er som nævnt de fagligt korrekte. Men eleverne kan selvfølgelig vælge efter kriterier som intet har med det faglige at gøre. Nogle elever kunne måske tænkes altid at vælge en æske med mange 3-taller, andre kunne have en favorit-æske hvor de har erfaret at de har været heldige med udtrækningen af tal i foregående spil.

Også æskernes placering på skærmen, såvel som deres nummerring, kunne måske tænkes at give skævheder i udvælgelsen. En nærmere undersøgelse heraf er ikke foretaget.

Det er heller ikke et element i undersøgelsen at belyse om den givne beskrivelse af æskerne har været af betydning. Æskerne fremtræder på skærmen i "numerisk beskrivelse", som en samling af seks tal. Måske en grafisk fremstilling med søjler af forskellig højde, eller med større eller mindre udsnit af et cirkeldiagram ville have givet andre reaktioner i elevernes valg end dem der blev observeret i undersøgelsen.

Eleverne er forud for spillene blevet oplyst om at deres æskevalg ville blive registreret af datamaskinen og benyttet i en undersøgelse. Det er endvidere oplyst at der ikke i en fremlæggelse af resultaterne ville blive benyttet navne på de enkelte elever, de ville således ikke komme til at optræde med navns nævnelse i nogen rapportering. Lærerne har endvidere fået garanti for at der ikke ville blive foretaget sammenligninger mellem klasser eller mellem skoler. De opsamlede data vil alene blive placeret i kategorierne *klassetrin* og *køn*.

5. Undersøgelsens data

I undersøgelsen indgår data fra over 4000 spil som fordeler sig således på de ni klassetrin:

Klassetrin 1-4 og 9: ca. 300 spil pr. klassetrin

Klassetrin 5-7: ca. 650 spil pr. klassetrin

Forskellen i intensiteten af afprøvningerne hænger i nogen grad sammen med spillets grad af udfordring til eleverne: Det er netop eleverne på mellemtrinnet som føler sig stærkest udfordret og som er mest opsat på at tage del i spillet.

De indsamlede data er opgjort klassetrin for klassetrin. Til eksempel skal her knyttes kommentarer til de indsamlede data for 3. klassetrin:

Klassetrin: 3

Felt Nr.	Æskevalg (antal)			Æskevalg (%)		
	1	2	3	1	2	3
0	102	107	117	31%	33%	36%
5	24	27	49	24%	27%	49%
29	32	32	72	24%	24%	53%
12	36	150	221	9%	37%	54%
21	7	45	50	7%	44%	49%
26	25	93	134	10%	37%	53%
30	39	94	104	16%	40%	44%
33	116	104	136	33%	29%	38%
10	20	28	91	14%	20%	65%
17	58	195	430	8%	29%	63%
22	22	80	216	7%	25%	68%
34	29	129	176	9%	39%	53%

I skemaet er felterne samlet i tre grupper efter hvad det korrekte æskevalg er: I første gruppe er det æske 1, i anden gruppe æske 2, og i tredje gruppe er æske 3 det korrekte valg. For hvert felt er angivet i antal og i procent hvordan elevernes valg af æske har fordelt sig.

Af skemaet fremgår at på felt nr. 0, startfeltet, har valgene af æske fordelt sig meget jævnt, nemlig med 31% til æske 1, 33% til æske 2 og 36% til æske 3. Den korrekte æske, æske 1, har altså her fået færrest valg.

Det samme billede ses for de to andre felter i gruppe 1: felt nr. 5 og felt nr. 29. For begge disse felter gælder at æske 3 har fået flest valg, og æske 1 (som er den korrekte) har fået færrest. For felt nr. 29 er det hele 53% af valgene der er afgivet på æske 3.

I næste gruppe af felter, hvor æske 2 er det korrekte valg, ses at i alle tilfælde har æske 3 fået flest valg. I intet tilfælde har den korrekte æske, æske 2, fået flest valg. For ét felt, felt nr. 33, er æske 2 endda den æske der har fået færrest valg.

I sidste gruppe af felter, hvor æske 3 er det korrekte valg, ses at denne æske for alle felter er kommet ind med flest valg. Her har elevernes altså valgt således at flertallet af valgene er afgivet på den korrekte æske.

Lad os herefter se på resultaterne for 7. klassetrin:

I skemaet på næste side ser vi at valgene fordeler sig ganske anderledes end for 3. klassetrin. I gruppe 1, hvor æske 1 er det korrekte valg, kommer æske 1 ind på førstepladsen for alle tre felters vedkommende: Med 55% af valgene på felt nr. 0, med 60% af valgene på felt nr. 5 og med hele 72% af valgene på felt nr. 29.

Også i gruppe 2 ser vi at det for alle felter gælder at den korrekte æske, her æske 2, er valgt i flertallet af valgene, med procenter fra 52% og op til 69%.

For gruppe 3 vil det næppe undre at æske 3 overalt kommer ind på førstepladsen. Det gjorde den jo allerede i 3. klasse, som vi så ovenfor.

Felt Nr.	Æskevalg (antal)			Æskevalg (%)		
	1	2	3	1	2	3
0	292	110	129	55%	21%	24%
5	97	29	35	60%	18%	22%
29	170	24	42	72%	10%	18%
12	48	305	216	8%	54%	38%
21	13	87	66	8%	52%	40%
26	21	219	132	6%	59%	35%
30	35	211	62	11%	69%	20%
33	77	349	81	15%	69%	16%
10	20	40	170	9%	17%	74%
17	46	345	670	4%	33%	63%
22	58	99	382	11%	18%	71%
34	20	142	305	4%	30%	65%

Undersøgelsens data for hvert af klassetrinnene 1-9 er gengivet i Bilag 1.

6. En analyse af resultaterne

Her skal gives en række kommentarer til undersøgelsens resultater. I afsnit 6.1 for resultaterne opgjort for de enkelte klassetrin, dernæst i afsnit 6.2 for resultaterne opgjort efter de to køn.

6.1 Resultater opgjort for klassetrinnene

I skemaet nedenfor er for hvert af de observerede felter på spilleplanen anført hvor stor en procentdel af elevernes valg der er afgivet på den korrekte æske.

Et tal der er mærket med * angiver at der i denne situation findes en æske der har fået en højere tilslutning end den der er givet til den korrekte æske.

Korrekte valg af æske (angivet i %)

Felt	Klassetrin:								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	28*	30*	31*	37	41	49	55	67	76
5	33*	33*	24*	35*	47	60	60	69	85
29	27*	24*	24*	32*	44	53	72	77	89
12	28*	39*	37*	47	46	53	54	72	79
21	38*	37*	44*	48	47	51	52	61	72
26	37*	39*	37*	46	44	52	59	76	80
30	30*	38	40*	47	56	60	69	82	85
33	33*	33*	29*	50	54	61	69	75	90
10	45	46	65	71	64	72	74	86	89
17	56	56	63	55	59	61	63	65	70
22	59	57	68	65	66	70	71	82	89
34	56	57	53	62	66	63	65	63	76

Første linie i skemaet viser at ved valg af æske på felt nr. 0 har den korrekte æske (æske 1) fået større og større tilslutning op gennem klassetrinnene: Fra 28% i 1. klasse til 76% i 9. klasse.

Kun felt nr. 30 har en lige så regelret statistik: Også her er tilslutningen til valg af korrekt æske blevet større og større op gennem klassetrinnene: Fra 30% i 1. klasse til 85% i 9. klasse.

For de øvrige felter er der en generel stigende tendens op gennem klassetrinnene, men der er nogle mindre afvigelser med små fald undervejs før der kommer en ny stigning.

Hvis man kun betragter klassetrinnene 5-9 vil der være en stigning gennem klassetrinnene i valget af korrekt æske for alle felter undtagen felt nr. 34.

På de fire første klassetrin er tendensen også generelt stigende klasse for klasse, men der er lidt mere "støj" i tallene end på de øverste klassetrin.

Et højt tal i skemaet er udtryk for at elever på det pågældende klassetrin er ret sikre i deres valg af den korrekte æske. Med andre ord: Deres behandling af chancetituationen forløber i god overensstemmelse med hvad der er den fagligt set rigtige beslutning. - Det højeste tal der observeres i skemaet er 90% ved felt nr. 33 på klassetrin 9. Der er altså her ikke så langt til det ideelle tal på 100%.

Et lavt tal i skemaet må fortolkes som en usikkerhed hos eleverne i deres valg af den korrekte æske i de forelagte chancetituationer. Af skemaet ser det ud til at felt 17 er "et svært felt". Her kommer valget af korrekt æske ikke op over 70%. Der er altså i dette tilfælde langt til det ideelle tal på 100%.

Ud fra skemaets tal kan det være rimeligt at dele materialet op i to dele: Klassetrinnene 1-4 og 5-9. Elevernes chancevalg i de to grupper kan karakteriseres således:

Klassetrin 1-4

Elevernes valg af korrekt æske er præget af stor usikkerhed. Valget bliver gradvis sikrere med højere klassetrin, men selv i 4. klasse er

der valgsituationer hvor elevernes foretrukne valg er en anden æske end den korrekte.

Klassetrin 5-9

Elevernes valg af korrekt æske bliver mere og mere sikkert op gennem klasserne. I alle de undersøgte situationer er det den korrekte æske der er den foretrukne i elevernes valg.

Ved denne opdeling har dele-kriteriet været de *-mærkede tal i skemaet: På hvilke klassetrin forekommer der *-mærkede tal (klassetrin 1-4), og hvor er disse tal ikke mere til stede (klassetrin 5-9).

Et andet dele-kriterium kunne være at fastsætte en bestemt procentværdi af korrekte valg som grænse, og da dele op efter hvornår samtlige tal ligger over denne grænse. En naturligt grænse kunne være 50%. Hvis denne værdi benyttes, ses det af skemaet at grænsen ligger mellem klassetrin 6 og 7. Først fra 7. klasse er elevernes valg så sikre at den korrekte æske i alle situationer har fået over 50% af elevernes valg.

En kort karakteristik af elevernes chanceintuition givet på grundlag af de indsamlede data kunne derfor være:

- Klassetrin 1-3: Usikker intuition
- Klassetrin 4-6: Voksende sikkerhed
- Klassetrin 7-9: Ganske sikker intuition

I alle tre grupper gælder det at intuitionen generelt bliver sikrere op gennem klasserne.

Det skal understreges at de formulerede udsagn har deres baggrund i materialet som helhed. De er altså "statistiske udsagn", og de kan ikke umiddelbart overføres på den enkelte elev i fx 3. klasse, 5. klasse eller 9. klasse.

Der findes således i materialet eksempler på elever fra begyndertrinnene som allerede i 7-8 års alderen har en meget sikker intuition med hensyn til de oplevede chancsituationer, og der findes elever på de afsluttende klassetrin som tilsyneladende står meget famlende over for de beslutninger der skal tages undervejs i spillet.

Undersøgelsens data kan give et fingerpeg om hvilken grad af modenhed i chancесituationer af den forelagte art der almindeligvis forekommer på de forskellige klassetrin i folkeskolen. Men undersøgelsen er selvfølgelig ikke så omfattende og professionelt designet at der med den som grundlag kan opstilles en "chance-modenhedsprøve" for folkeskolens elever, hvor den enkelte elevs resultater indplaceres på en skala ud fra de data der er fremlagt her.

I undervisningsmæssig sammenhæng vil undersøgelsens resultater kunne give læreren en information om aktiviteter der kan inddrages i arbejdet med sandsynlighed i skolen. Undervisningsaktiviteter som indebærer elevernes omgang med chancесituationer i tilknytning til stikprøveudtagning fra små overskuelige mængder vil efter undersøgelsen kunne foregå med udbytte fra 6. eller 7. klassetrin, næppe meget før. Med mindre der sættes ind med en undervisning som specifikt fokuserer på chancесituationer i forbindelse med udtagelse fra databaser.

Undersøgelsens resultater er således i overensstemmelse med den opstillede hypotese om tilstedeværelsen af en chanceintuition, som kan danne udgangspunkt for elevernes beskæftigelse med chanceovervejelser i forbindelse med små overskuelige databaser. Forud for 6.-7. klassetrin vil det imidlertid efter undersøgelsens data være problematisk at lade arbejdet med sandsynlighedsregning i skolen bygge for stærkt alene på elevernes chanceintuition.

Men undersøgelsen har ikke taget det spørgsmål op at belyse hvorledes elevernes chanceintuition kan forbedres gennem undervisning: *Kan en veltilrettelagt undervisning som er lagt an på elevernes beskæftigelse med overskuelige chancесituationer forbedre deres chanceintuition, således at de med større sikkerhed kan træffe beslutninger der bygger på overvejelser over chancer og risikoer?*

En sådan undersøgelse af undervisningens indflydelse ville være en naturlig forlængelse af det foreliggende arbejde med belysning af børns chanceintuition.

6.2 Resultater opgjort for drenge og piger

For tre udvalgte klassetrin er foretaget en undersøgelse af hvilken forskel der er i drengenes og pigernes valg af æske i chancespillet.

I Bilag 2 findes data for opdelingen efter køn på de tre klassetrin 4, 8 og 9. Af skemaerne fremgår hvor mange observationer der indgår for hvert af de to køn på de tre klassetrin.

I skemaet nedenfor er anført procentdelen af korrekte valg af æske for drengene og pigerne på de tre klassetrin.

Korrekte valg af æske (angivet i %)

Felt	<i>4. klasse</i>		<i>8. klasse</i>		<i>9. klasse</i>	
	d	p	d	p	d	p
0	42	30*	71	64	84	70
5	32*	29*	79	64	86	84
29	39*	26*	83	74	90	88
12	52	42	74	71	75	82
21	47	59	77	52	83	68
26	55	51	79	74	81	78
30	56	33*	82	82	84	86
33	54	47*	82	70	91	89
10	82	64	77	86	84	93
17	68	40*	74	59	85	56
22	71	57	89	77	96	84
34	68	51	78	55	84	68

De *-mærkede tal angiver ligesom i det foregående skema at der i den pågældende situation findes en æske der har fået større tilslutning end den der svarer til det korrekte valg.

For 4. klasse er det bemærkelsesværdigt at der for pigerne findes seks felter med *-mærkede tal, medens der for drengene kun er to felter af denne slags. Dette tyder på en større sikkerhed hos drengene end hos pigerne i valg af korrekt æske. - Bortset fra felt nr. 21 gælder det i øvrigt at drengene har en højere score end pigerne i valget af korrekt æske. Særlig store forskelle er der ved felterne nr. 17 og nr. 30, og tildels ved felt nr. 34.

For 8. og 9. klasse ses det at drengenes score generelt er højere end pigernes. Kun for felt nr. 30 og især for felt nr. 10 er pigernes tal højere end drengenes.

Særlig stor overvægt i drengenes scoringstal forekommer på felterne nr. 0, nr. 21, nr. 17 og nr. 34.

For alle tre klassetrin gælder således at der er en iøjnefaldende overvægt i drengenes scoring på felterne nr. 0, nr. 17 og nr. 34.

Det ses i øvrigt at der i skemaet hos drengen på 9. klassetrin forekommer en score på hele 96%, nemlig for felt nr. 22. - Det ses også at pigerne i 9. klasse ikke kommer højere end en score på 56% for felt nr. 17.

En statistisk analyse viser imidlertid at der ikke i de tilfælde hvor pigernes score er højere end drengenes (felt nr. 10, 21 og 30) kan påvises nogen statistisk signifikant forskel i scoringstallene. Dette er der derimod klart tale om hvor drengenes score overstiger pigernes på felt 0 (for klassetrin 4 og 9), felt 17 (alle tre klassetrin), felt 21 (klassetrin 8 og 9) og felt 34 (alle tre klassetrin).

Der kan naturligt stilles nogle spørgsmål ud fra de forelagte materialer:

Hvad er forklaringen på at drengene generelt har en højere score end pigerne?

Hvad gør spillesituationen speciel på felterne 0, 17 og 34, således at drengene her har et langt større antal af korrekte valg end pigerne?

Hvad er forklaringen på den meget markante forskel i drengenes og pigernes valg på felt nr. 17?

Ville de observerede forskelle kunne udlignes gennem en undervisning i omgang med chancesituationer?

En nærmere forklaring af de observerede forskelle i scoring for de to køn vil kræve detailundersøgelser. En analyse af de spillemæssige situationer på de felter der skiller sig ud kan give ideer til en forklaring, men den vil ikke kunne underbygges uden supplerende undersøgelser.

* * *

Den foreliggende INFA-undersøgelse har givet nogle svar på det opstillede spørgsmål om tilstedeværelsen af en chanceintuition hos folkeskolens elever, en intuition som kan danne udgangspunkt for en faglig beskæftigelse i skolen med emner fra sandsynlighedsregningen. Undersøgelsen har givet et fingerpeg om styrken af elevernes chanceintuition på de forskellige klassetrin, men den har også vist at billedet ikke er uden nuancer: Situationer af tilsyneladende samme art kan give anledning til væsentlige forskelle i elevernes handling i chancemæssige beslutninger. Og inden for samme klassetrin kan der være store afvigelser fra det gennemsnitlige.

7. Litteraturhenvisninger

- [1] Allan C. Malmberg:
Sandsynlighedsregning og statistik i skolen
Erfaringer fra et forskningsarbejde
INFA-Småttryk 1994-2
- [2] Allan C. Malmberg:
Sandsynlighedsbegrebet i skolen
En opbygning gennem databaser
INFA-Småttryk 1994-3
- [3] J. Piaget, B. Inhelder
La genèse de l'idée de hasard chez l'enfant
Presses Universitaires de France, 1951 (Engelsk udgave 1975)
- [4] Lars Rasmussen
Det statistiske sandsynlighedsbegreb
Et naturligt pædagogisk udgangspunkt
Matematisk Institut, DLH, 1982
- [5] E. Fischbein
The Intuitive Sources of Probabilistic Thinking in Children
D. Reidel, Holland 1975
- [6] M. Borovcnik
Stochastik im Wechselspiel von Intuitionen und Mathematik
B.I. Wissenschaftsverlag, Mannheim 1992
- [7] R. Kapadia, M. Borovcnik (edit)
Chance Encounters: Probability in Education
Kluwer Academic Publishers, Dordrecht 1991
- [8] Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning,
Ch. 19: Research in Probability and Statistics.
Macmillan Publ. Co, New York, 1992.

Bilag 1: Data opdelt efter klassetrin

Klassetrin: 1

Felt Nr.	Æskevalg (antal)			Æskevalg (%)		
	1	2	3	1	2	3
0	53	67	67	28%	36%	36%
5	20	25	15	33%	42%	25%
29	23	29	32	27%	35%	38%
12	51	66	118	22%	28%	50%
21	14	24	25	22%	38%	40%
26	21	45	57	17%	37%	46%
30	35	50	80	21%	30%	48%
33	87	87	89	33%	33%	34%
10	19	29	39	22%	33%	45%
17	59	96	201	17%	27%	56%
22	16	67	114	8%	34%	59%
34	25	64	115	12%	31%	56%

Klassetrin: 2

Felt Nr.	Æskevalg (antal)			Æskevalg (%)		
	1	2	3	1	2	3
0	67	85	99	30%	38%	45%
5	26	30	24	33%	38%	30%
29	31	37	62	24%	28%	48%
12	45	129	156	14%	39%	47%
21	16	29	33	21%	37%	42%
26	25	67	82	14%	39%	47%
30	61	85	75	28%	38%	34%
33	103	112	124	30%	33%	37%
10	20	33	45	20%	34%	46%
17	71	138	261	15%	29%	56%
22	25	83	143	10%	33%	57%
34	34	86	157	12%	31%	57%

Klassetrin: 3

Felt Nr.	Æskevalg (antal)			Æskevalg (%)		
	1	2	3	1	2	3
0	102	107	117	31%	33%	36%
5	24	27	49	24%	27%	49%
29	32	32	72	24%	24%	53%
12	36	150	221	9%	37%	54%
21	7	45	50	7%	44%	49%
26	25	93	134	10%	37%	53%
30	39	94	104	16%	40%	44%
33	116	104	136	33%	29%	38%
10	20	28	91	14%	20%	65%
17	58	195	430	8%	29%	63%
22	22	80	216	7%	25%	68%
34	29	129	176	9%	39%	53%

Klassetrin: 4

Felt Nr.	Æskevalg (antal)			Æskevalg (%)		
	1	2	3	1	2	3
0	176	160	144	37%	33%	30%
5	51	40	56	35%	27%	38%
29	73	54	98	32%	24%	44%
12	57	253	233	10%	47%	43%
21	24	83	65	14%	48%	38%
26	39	154	144	12%	46%	43%
30	65	183	141	17%	47%	36%
33	118	247	127	24%	50%	26%
10	20	46	164	9%	20%	71%
17	101	336	538	10%	34%	55%
22	50	119	317	10%	24%	65%
34	25	136	259	6%	32%	62%

Klassetrin: 5

Felt Nr.	Æskevalg (antal)			Æskevalg (%)		
	1	2	3	1	2	3
0	234	164	175	41%	29%	31%
5	77	39	49	47%	24%	30%
29	106	58	79	44%	24%	33%
12	65	306	288	10%	46%	44%
21	24	91	80	12%	47%	41%
26	57	176	170	14%	44%	42%
30	56	200	104	16%	56%	29%
33	90	270	139	18%	54%	28%
10	31	69	176	11%	25%	64%
17	103	364	666	9%	32%	59%
22	58	133	364	10%	24%	66%
34	28	126	301	6%	28%	66%

Klassetrin: 6

Felt Nr.	Æskevalg (antal)			Æskevalg (%)		
	1	2	3	1	2	3
0	255	113	150	49%	22%	29%
5	97	28	36	60%	17%	22%
29	113	41	58	53%	19%	27%
12	53	305	218	9%	53%	38%
21	9	76	64	6%	51%	43%
26	30	173	131	9%	52%	39%
30	50	189	76	16%	60%	24%
33	87	289	101	18%	61%	21%
10	14	43	150	7%	21%	72%
17	54	315	573	6%	33%	61%
22	37	120	362	7%	23%	70%
34	17	147	274	4%	34%	63%

Klassetrin: 7

Felt Nr.	Æskevalg (antal)			Æskevalg (%)		
	1	2	3	1	2	3
0	292	110	129	55%	21%	24%
5	97	29	35	60%	18%	22%
29	170	24	42	72%	10%	18%
12	48	305	216	8%	54%	38%
21	13	87	66	8%	52%	40%
26	21	219	132	6%	59%	35%
30	35	211	62	11%	69%	20%
33	77	349	81	15%	69%	16%
10	20	40	170	9%	17%	74%
17	46	345	670	4%	33%	63%
22	58	99	382	11%	18%	71%
34	20	142	305	4%	30%	65%

Klassetrin: 8

Felt Nr.	Æskevalg (antal)			Æskevalg (%)		
	1	2	3	1	2	3
0	270	46	89	67%	11%	22%
5	90	24	16	69%	18%	12%
29	151	17	27	77%	9%	14%
12	15	270	89	4%	72%	24%
21	8	56	28	9%	61%	30%
26	13	185	44	5%	76%	18%
30	15	201	30	6%	82%	12%
33	64	327	47	15%	75%	11%
10	16	18	206	7%	8%	86%
17	15	265	516	2%	33%	65%
22	30	45	337	7%	11%	82%
34	8	142	253	2%	35%	63%

Klassetrin: 9

Felt Nr.	Æskevalg (antal)			Æskevalg (%)		
	1	2	3	1	2	3
0	145	28	19	76%	15%	10%
5	62	4	7	85%	5%	10%
29	94	2	10	89%	2%	9%
12	7	160	36	3%	79%	18%
21	1	36	13	2%	72%	26%
26	3	105	24	2%	80%	18%
30	8	97	9	7%	85%	8%
33	9	171	10	5%	90%	5%
10	1	10	93	1%	10%	89%
17	11	95	245	3%	27%	70%
22	9	15	191	4%	7%	89%
34	1	46	150	1%	23%	76%

Bilag 2: Data opdelt efter køn. Udvalgte klassetrin.

Klassetrin: 4 Drengene

Felt Nr.	Æskevalg (antal)			Æskevalg (%)		
	1	2	3	1	2	3
0	61	41	42	42%	28%	29%
5	14	13	17	32%	30%	39%
29	26	13	28	39%	19%	42%
12	10	73	57	7%	52%	41%
21	4	23	22	8%	47%	45%
26	5	50	36	5%	55%	40%
30	14	58	31	14%	56%	30%
33	31	76	35	22%	54%	25%
10	2	12	63	3%	16%	82%
17	13	76	189	5%	27%	68%
22	11	31	101	8%	22%	71%
34	4	37	89	3%	28%	68%

Klassetrin: 4 Piger

Felt Nr.	Æskevalg (antal)			Æskevalg (%)		
	1	2	3	1	2	3
0	26	34	26	30%	40%	30%
5	9	11	11	29%	35%	35%
29	11	13	18	26%	31%	43%
12	19	42	40	19%	42%	40%
21	10	22	5	27%	59%	14%
26	13	36	22	18%	51%	31%
30	18	31	44	19%	33%	47%
33	28	47	26	28%	47%	26%
10	5	10	27	12%	24%	64%
17	27	77	69	16%	45%	40%
22	9	33	56	9%	34%	57%
34	4	36	41	5%	44%	51%

Klassetrin: 8 Dreng

Felt Nr.	Æskevalg (antal)			Æskevalg (%)		
	1	2	3	1	2	3
0	117	18	30	71%	11%	18%
5	34	7	2	79%	16%	5%
29	66	4	10	83%	5%	13%
12	2	108	36	1%	74%	25%
21	1	24	6	3%	77%	19%
26	3	85	19	3%	79%	18%
30	6	86	13	6%	82%	12%
33	15	131	13	9%	82%	8%
10	4	10	79	4%	10%	77%
17	3	78	234	1%	25%	74%
22	7	11	144	4%	7%	89%
34	2	30	111	1%	21%	78%

Klassetrin: 8 Piger

Felt Nr.	Æskevalg (antal)			Æskevalg (%)		
	1	2	3	1	2	3
0	153	28	59	64%	12%	25%
5	56	17	14	64%	20%	16%
29	85	13	17	74%	11%	15%
12	13	162	53	6%	71%	23%
21	7	32	22	11%	52%	36%
26	10	100	25	7%	74%	19%
30	9	115	17	6%	82%	12%
33	49	196	34	18%	70%	12%
10	12	8	127	8%	5%	86%
17	12	187	282	2%	39%	59%
22	23	34	193	9%	14%	77%
34	6	112	142	2%	43%	55%

Klassetrin: 9 Dreng

Felt Nr.	Æskevalg (antal)			Æskevalg (%)		
	1	2	3	1	2	3
0	63	11	1	84%	15%	1%
5	24	2	2	86%	7%	7%
29	43	1	4	90%	2%	8%
12	2	69	21	2%	75%	23%
21	0	10	2	0%	83%	17%
26	2	44	8	4%	81%	15%
30	4	41	4	8%	84%	8%
33	4	80	4	5%	91%	5%
10	1	6	38	2%	13%	84%
17	1	23	141	1%	14%	85%
22	2	2	86	2%	2%	96%
34	1	14	81	1%	15%	84%

Klassetrin: 9 Piger

Felt Nr.	Æskevalg (antal)			Æskevalg (%)		
	1	2	3	1	2	3
0	82	17	18	70%	15%	15%
5	38	2	5	84%	4%	11%
29	51	1	6	88%	2%	10%
12	5	91	15	5%	82%	14%
21	1	26	11	3%	68%	29%
26	1	61	16	1%	78%	21%
30	4	56	5	6%	86%	8%
33	5	91	6	5%	89%	6%
10	0	4	55	0%	7%	93%
17	10	72	104	5%	39%	56%
22	7	13	105	6%	10%	84%
34	0	32	69	0%	32%	68%