

Geometri med beregninger

Indhold

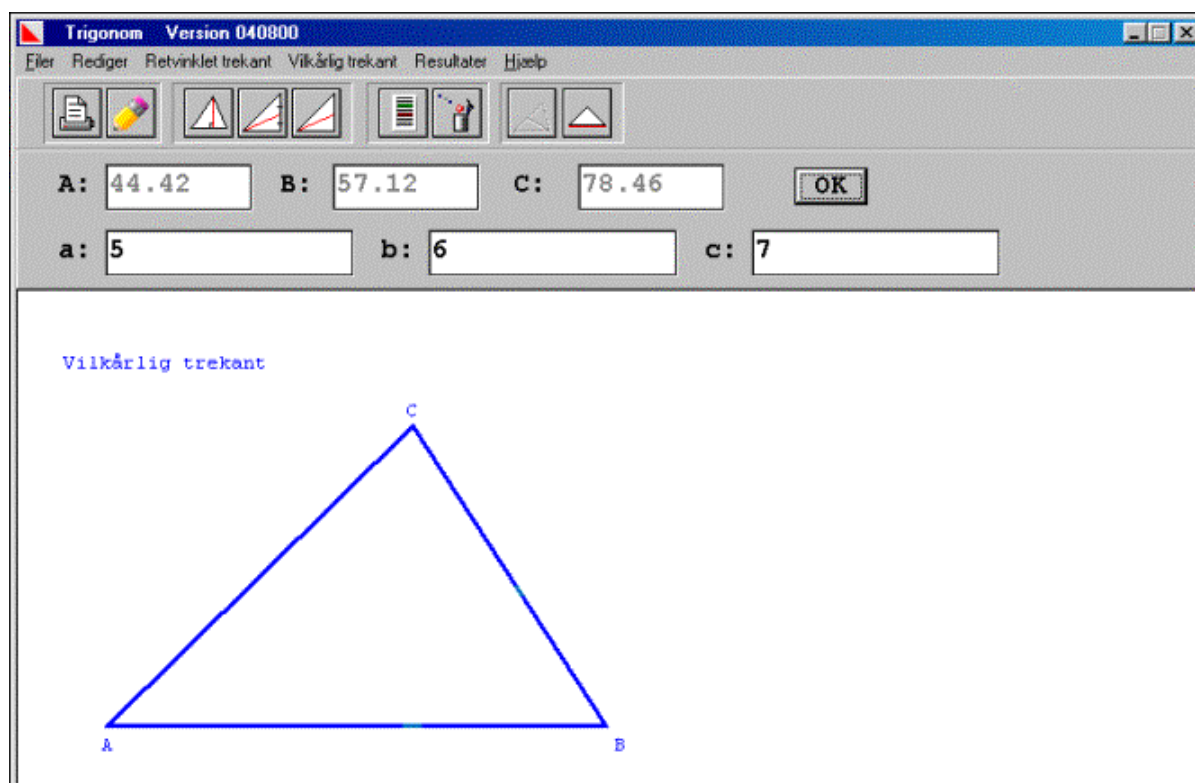
1. Programmet TRIGONOM
2. Nogle særlige situationer
3. Opgaver

1. Programmet TRIGONOM

Du skal her arbejde med et program der kan udføre beregninger som har med trekanter at gøre. Programmet kan foretage beregninger af vinkler og sider, og det kan endvidere beregne arealer, og længder af højder, medianer og vinkelhalveringslinier i forelagte trekanter.

Vi ser på et eksempel.

Vi går ind i TRIGONOM og vælger menupunktet *Vilkårlig trekant*. Nederst på skærmen kommer der seks felter hvor vi kan indtaste data. Vi kan indtaste vinklernes værdier, og vi kan indtaste længderne af trekantens sider.



Så snart vi har indtastet tal i tre af felterne – *dog skal mindst et af tallene være en sidelængde* – så er trekanten fastlagt. Når de tre tal er indtastet, kan vi derfor få beregnet de øvrige stykker i trekanten. Alle seks felter vil blive udfyldt og samtidig vil trekanten blive tegnet på skærmen.

Vi har her indtastet længden af trekantens sider:

$$a = 5 \quad b = 6 \quad c = 7$$

og derefter klikket på OK.

Vi får da på skærmen beregnet størrelsen af de tre vinkler, og samtidig er trekanten blevet tegnet på skærmen.

Prøv selv

1. Gå ind i TRIGONOM og vælg *Vilkårlig Trekant*. Indtast derefter længderne 5, 6 og 7 for siderne a, b og c. Klik på OK. Du får trekanten tegnet på din skærm.



2. Klik på knappen '*Højder*' øverst på skærmen. Programmet tegner trekantens *højder*. Samtidig kommer på skærmen en oversigt over længden af de liniestykker der er afmærket på tegningen. Find længden af højden på siden a.



3. Prøv derefter med klik på knappen '*Medianer*'. Nu tegnes trekantens *medianer*. Og prøv med klik på knappen '*Vinkelhalveringslinier*'. Her får du tegnet trekantens *vinkelhalveringslinier*. I vinduet på skærmen kan du aflæse længden af vinkelhalveringslinierne. Find fx længden af vinkelhalveringslinien fra vinkel A.



4. Klik på knappen '*Rens*' øverst på skærmen. Du får nu rensed ud i skærm billedet så du kun har selve trekanten på skærmen.



5. Klik på knappen '*Andre oplysninger*' øverst på skærmen. Her får du beregnet trekantens *areal* og *omkreds*, samt længden af radius i to cirkler: Trekantens *omskrevne cirkel* og trekantens *indskrevne cirkel*. De to cirkler indtegnes ikke på figuren, dem må du tænke dig til.



6. Klik på knappen '*Skift basislinie*' øverst på skærmen. Du har nu mulighed for at ændre på trekantens beliggenhed, du kan give den en ny grundlinie, en ny *Basis*. Prøv fx at klikke på feltet AC. Din trekant bliver nu tegnet på skærmen med siden AC som den nederste side. Skift tilbage igen til den oprindelige tegning.

7. *Nyt navn*. Programmet har brugt bogstaverne A, B og C for trekantens vinkelspidser. Du kan sætte andre bogstaver på hvis du ønsker det. Lad os antage at du vil skifte bogstavet A ud med D. Du klikker da på bogstav A i datafelterne øverst på skærmen. Der åbner sig nu et vindue hvor du kan fortælle at du vil skifte A ud med D. Prøv det, og bemærk hvad der sker på tegningen og i datafeltet.

8. *Nye data*. Du kan let ændre et af de tal du har indtastet i datafelterne øverst på skærmen. Indtast fx tallet 9 i feltet for c og klik igen på OK. Du får nu tegnet en ny trekant, nemlig den der har sidelængderne 5, 6 og 9.

Prøv at ændre på en eller flere af sidelængderne og lad programmet tegne de nye trekanter. Prøv også med nogle sidelængder "som er umulige" og find ud af hvordan programmet reagerer på det.

9. Nogle beregninger.

1. I trekant ABC er $A=50^\circ$, $b=6$, $c=8$. Beregn de ukendte stykker, og beregn trekantens areal.
2. I trekant ABC er $A=50^\circ$, $B=60^\circ$ og $c=8$. Beregn de ukendte stykker, og beregn trekantens areal.

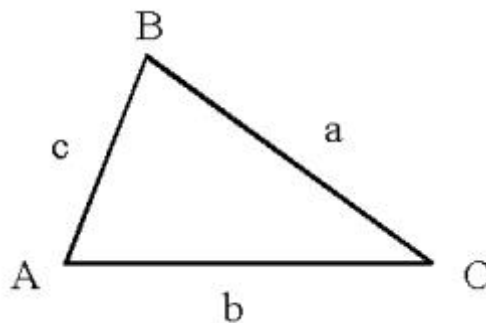
Print billedet af trekanten ud på papir.

3. I trekant ABC er $A=40^\circ$, $a=10$, og $b=8$.

Beregn de ukendte stykker, og beregn længden af trekantens højde på siden c.

En oversigt over hvad TRIGONOM kan

I en trekant indgår seks „stykker”: tre vinkler og tre sider:



I den trekant der er tegnet her, indgår tre vinkler A, B og C. Trekantens sider kaldes a, b og c. I programmet vil vi gå ud fra at der benyttes store bogstaver for trekantens vinkler, og at der benyttes de tilsvarende små bogstaver for trekantens sider. Placeringen er altid sådan at siden a ligger over for vinklen A, siden b over for vinklen B, og siden c over for vinklen C.

Hvis du ikke selv vælger bogstaver til trekantene, vil alle de trekante der arbejdes med i programmet bruge bogstaverne A, B og C. - Men du kan udskifte disse bogstaver med tre andre bogstaver hvis du finder det bekvemt. For eksempel kan du for en trekant benytte bogstaverne P, R og S. Trekantens sider vil da automatisk få navnene p, r og s.

I en trekant indgår der altså seks *stykker*: tre vinkler og tre sider. Om vinklerne i en trekant gælder jo at summen af deres gradtal vil være 180° . Hvis vi kender størrelsen af de to vinkler i en trekant, kender vi altså også størrelsen af den tredje. De tre vinkler er således ikke uafhængige af hinanden, kender vi de to, kender vi dem alle tre. Vi vil sige at de tre vinkler udgør to *frie* stykker.

Om siderne gælder ikke noget tilsvarende. Selv om vi kender de to sider, kan vi ikke sige hvor stor den tredje side er. De tre sider udgør altså tre *frie* stykker. (Det betyder ikke at

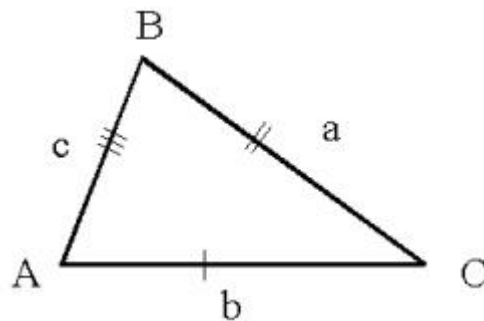
deres længder kan vælges frit. Hvis siderne skal kunne danne en trekant, må én side jo ikke være længere end summen af de to andre sider).

I en trekant indgår der altså fem frie stykker: to vinkler og tre sider.

Hvis tre frie stykker i en trekant er kendt, kan vi beregne de manglende stykker. Det er det der ligger til grund for beregningerne i TRIGONOM.

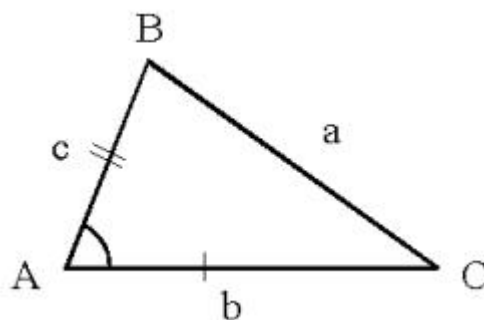
Vi ser på de situationer der kan forekomme.

Eksempel 1: a , b og c er kendt



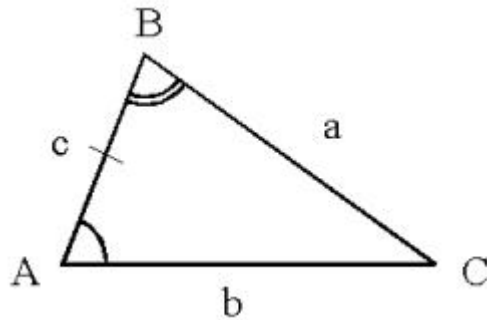
Her kendes længderne af de tre sider a , b og c . TRIGONOM kan da beregne størrelsen af de tre vinkler i trekanten: A , B og C .

Eksempel 2: A , b og c er kendt



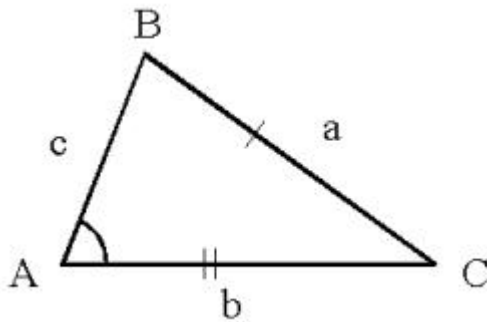
Her er to sider og den mellemliggende vinkel kendt: vinklen A og længden af siderne b og c . TRIGONOM kan da beregne størrelsen af vinklerne B og C , samt længden af siden a .

Eksempel 3: A, B og c er kendt



Her kendes størrelsen af to vinkler og den mellemliggende side: vinkel A og vinkel B, samt siden c. TRIGONOM kan da beregne størrelsen af vinkel C, og længden af siderne a og b.

Eksempel 4: A, a og b er kendt



Her kendes størrelsen af en vinkel, samt længden af den modstående side og længden af en hosliggende side. TRIGONOM kan da beregne størrelsen af vinklerne B og C, samt længden af siden c.

Disse fire eksempler vil dække alle de muligheder der kan foreligge ved beregninger i en trekant hvor tre frie stykker er kendt.

2. Nogle særlige situationer

To løsninger

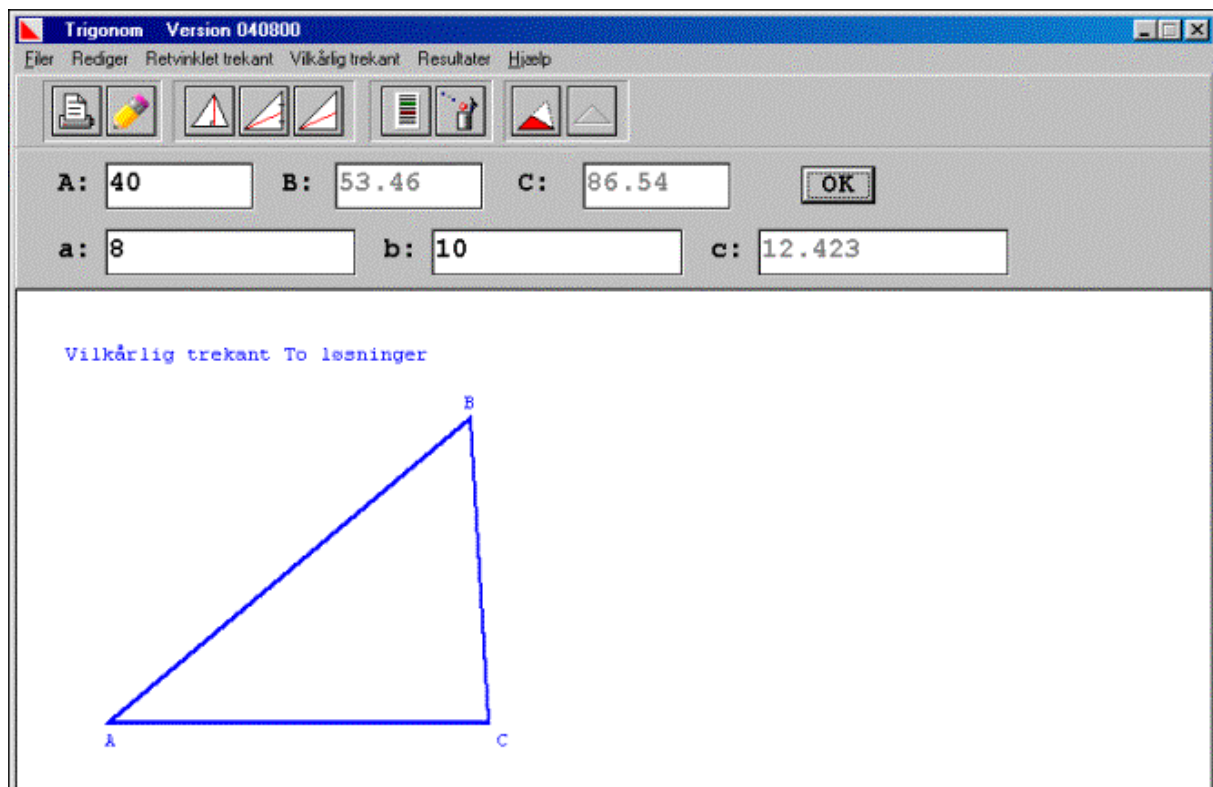
Somme tider kan der tegnes to forskellige trekanter på grundlag af de data vi indtaster.

Prøv fx at indtaste følgende data til TRIGONOM:

$$A = 40^\circ \quad a = 8 \quad b = 10$$

På skærmen kommer der en trekant, men samtidig fortæller en meddelelse på skærmen at der er to løsninger.

Øverst på skærmen finder du knappen  'Skift trekant'. Klik her og du får tegnet den anden løsning.



Bemærk at de to trekanter begge har de indtastede værdier for A, a og b. Derimod har de tre beregnede stykker, B, C og c, forskellige værdier i de to trekanter.

I menulinien øverst på skærmen finder du et punkt der hedder *Resultater*. Prøv at klikke her. Du får nu udskrevet en oversigt over alle beregninger som TRIGONOM kan foretage for den forelagte trekant. Og når der er to mulige trekanter, så angives beregningsresultaterne for dem begge. - Prøv at udprinte oversigten over resultaterne.

Større nøjagtighed

Under Resultater findes en knap for *Skift Notation*. Her kan du få angivet beregningsresultaterne med en større nøjagtighed. Det kan der være behov for i særlige situationer.

Retvinklede trekanter

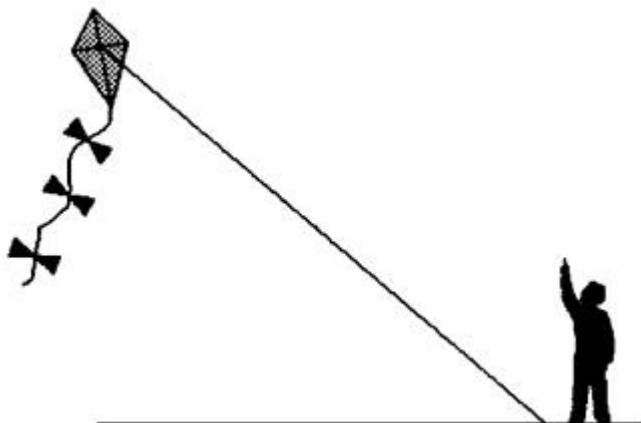
I programmet er der et særligt menupunkt for retvinklede trekanter. Her tegnes trekanten altid med den rette vinkel nederst til højre på figuren, og du vil ikke kunne flytte rundt på figuren ved at vælge en ny basislinie. Så hvis du har brug for en anden beliggenhed end den programmet vælger, så benyt i stedet menupunktet *Vilkårlig trekant* og indtast her 90 grader for den rette vinkel.

Trekanter i et koordinatsystem

Hvis en trekant er fastlagt ved vinkelspidsernes koordinater i et koordinatsystem, kan du let indlægge den i TRIGONOM. Klik på et af de små bogstaver i datafeltet. Der åbner sig nu et vindue hvor du kan indtaste koordinaterne for liniestykkets endepunkter.

Prøv selv

1. Indtast nogle data for en trekant som bevirker at der er to løsninger til opgaven. Udprint de to trekanter.
2. En drage er sat op med en 125 meter lang snor. Snoren danner en vinkel på 41° med marken. Hvor højt er dragen oppe?



3. En stige af længden 15 meter er stillet op mod en mur. Stigens fod er 2 meter fra muren. Hvor højt rækker stigen op på muren? – Hvor højt rækker den op hvis dens fod flyttes 1 meter nærmere til muren?
4. Beregn højden fra C i den retvinklede trekant ABC hvor $A = 42^\circ$, $b = 10$ og $C = 90^\circ$.

Bemærk:

Hvis en trekant har en vinkel på under 5° , tegnes trekanten med forskellig målestok i lodret og vandret retning.

Tegn og beregn

Som indledning til arbejdet med at bruge TRIGONOM som et værktøj skal du se på nogle trekanter hvor du både *tegner* og *beregner*.

Du skal her bruge passer, vinkelmåler, lineal og blyant, og så selvfølgelig TRIGONOM.

1. Tegn (med blyant og lineal) en trekant hvor de tre sider har længderne 8 cm., 10 cm. og 14 cm. Vær omhyggelig med tegningen så sidelængderne rammes så godt som muligt.
 - A. Mål størrelsen af de tre vinkler ved hjælp af vinkelmåleren.
 - B. Lad TRIGONOM beregne vinklerne i trekanten, og sammenlign resultaterne med dine målinger.
2. Tegn en trekant ABC hvor $A = 45^\circ$, $B = 60^\circ$, $c = 10$ cm.
 - A. Mål længden af de to sider a og b.
 - B. Lad TRIGONOM beregne længden af de to sider a og b, og sammenlign resultaterne med dine målinger.
3. Tegn en trekant ABC hvor $A = 52^\circ$, $b = 7$ cm., $c = 10$ cm.
 - A. Mål vinklerne B og C, samt længden af siden a.
 - B. Lad TRIGONOM beregne B, C og a, og sammenlign resultaterne med dine målinger.
4. Tegn en vilkårlig trekant. Mål tre af dens stykker og brug tallene som inddata til TRIGONOM. Undersøg om de beregnede resultater for de øvrige stykker stemmer med din tegning.

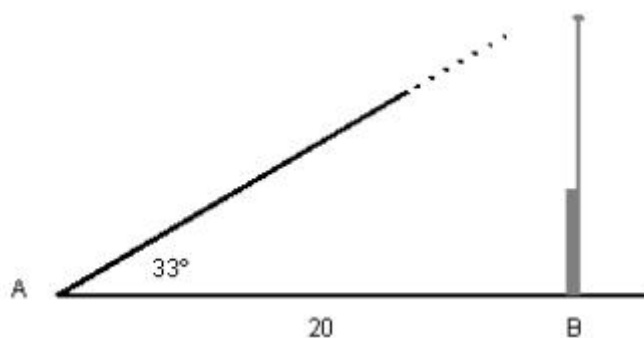
Tegn også en af trekantens højder og undersøg om dens længde stemmer med programmets beregning.

3. Opgaver

Her kommer nogle opgaver hvor du kan prøve at bruge TRIGONOM som et værktøj.

Med TRIGONOM kan du kun foretage beregninger i trekanter. Men hvis opgaven omhandler firkanter og femkanter eller figurer med endnu flere kanter, vil du kunne opdele den i trekanter og på den måde få mulighed for at udføre beregningerne.

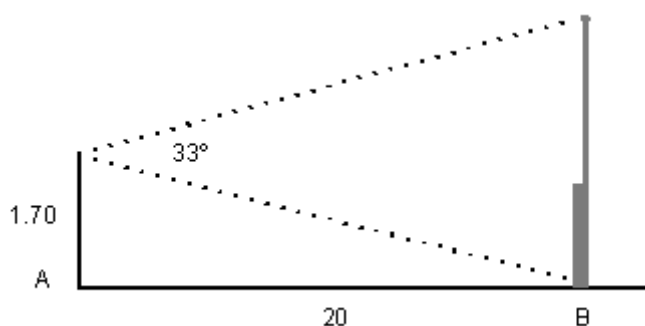
1. Hvor høj er flagstangen?



Du skal måle højden af en flagstang. Du placerer et punkt A i en afstand af 20 meter fra flagstangen, og fra A sigter du mod flagstangens top. Du måler sigtevinklen ved A til at være 33° .

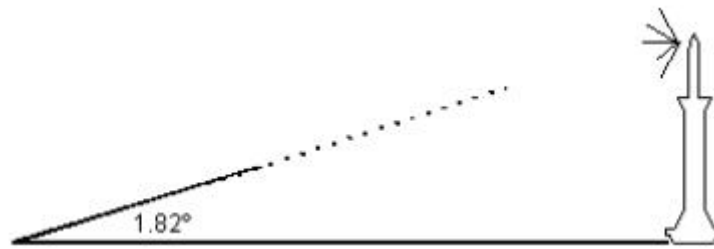
1. Brug TRIGONOM til at beregne flagstangens højde.
2. Hvor høj er flagstangen hvis sigtevinklen ved A måles til at være 42° ?
3. I kan ikke blive enige om hvor stor sigtevinklen ved A er. Nogle af jer måler den til ca. 31° , andre til ca. 35° . Hvor stor en forskel betyder det for flagstangens højde om vinklen er 31° eller 35° ?

2. En anden opmåling



Beregn flagstangens højde ud fra tallene på figuren. (Der er ingen ligebenede trekanter på figuren).

3. Hvor langt er der?



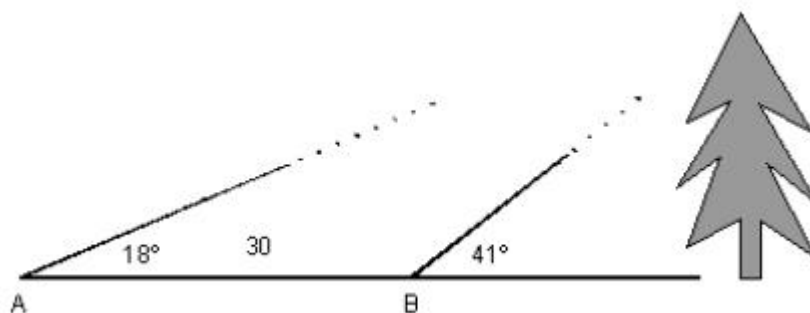
Du befinder dig til søs, og du ønsker at bestemme din afstand fra kysten, hvor der findes et fyrtårn hvis højeste punkt ligger 60 m over havets overflade.

1. Du måler sigtevinklen til fyrtårnets top til $1,82^\circ$.

Hvad er din afstand fra fyrtårnet?

2. Hvad kan du sige om afstanden til fyrtårnet hvis din måling af sigtevinklen har en usikkerhed på $\pm 0,15^\circ$?

4. Et utilgængeligt træ

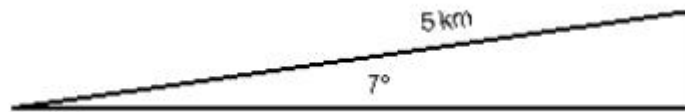


Du skal måle højden af et træ som du ikke kan nå hen til (det står på en ø i fjorden). Du kan da bruge en grundlinie, „en base“, og to sigtepunkter.

Grundlinien AB har en længde på 30 meter, og sigtevinklerne ved A og B er 18° og 41° .

1. Hvor højt er træet?
2. Hvor langt står træet fra A?
3. Hvad betyder det for træets højde hvis grundliniens længde viser sig kun at være 29 meter?

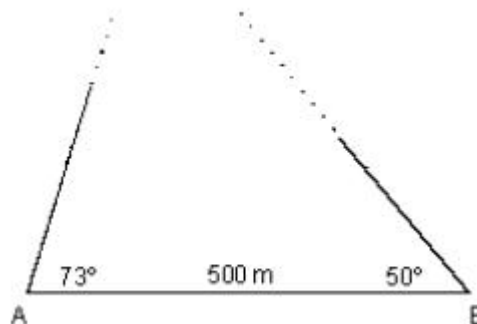
5. På cykeltur



Du er på cykeltur i et bjergterræn. Du starter ved havets overflade og kører 5 km ad en vej der stiger 7° .

1. Hvor højt er du nu over havets overflade?
2. På de næste 7 km stiger vejen $12,2^\circ$. Hvor højt er du nu kommet op over havets overflade?
3. Hjemturen foregår ad en vej som på hele ruten har et fald på 4° . Hvor langt skal du køre på hjemvejen, før du er nede ved havets overflade?

6. Hvor langt er der ud til båden?



Fra to punkter A og B på strandbredden sigtes der ud til en båd. AB har en længde på 500 meter, og de to sigtevinkler måles til 73° og 50° .

1. Beregn afstanden fra A til båden, og beregn afstanden fra B til båden.
2. Hvor stor er den korteste afstand fra strandbredden til båden?
3. Hvad betyder det for afstanden fra strandbredden til båden hvis længden af AB har en måleusikkerhed på ± 25 meter?

7. Nogle større afstande

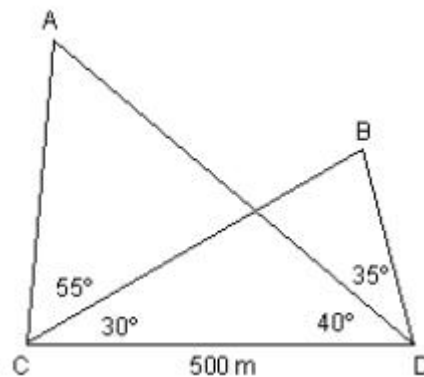
Beregn som i forrige opgave den korteste afstand fra strandbredden til båden:

1. $AB = 1000$ meter $A = 67^\circ$ $B = 40^\circ$

2. $AB = 1000$ meter $A = 67^\circ$ $B = 50^\circ$

3. $AB = 1000$ meter $A = 67^\circ$ $B = 60^\circ$

8. Hvor langt er båden væk?

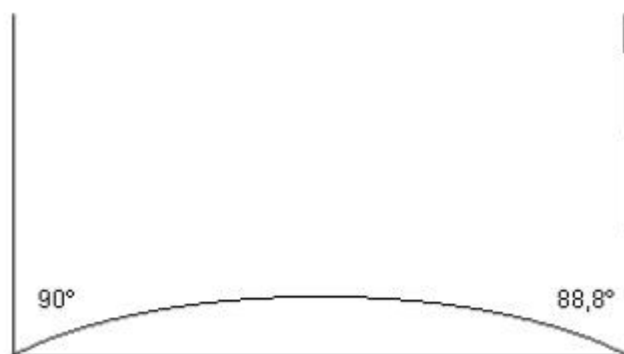


En person befinder sig i havet ved punkt A og en båd ved punkt B. Fra C og D på strandbredden måles vinkler som angivet på figuren.

Hvor stor er afstanden fra personen til båden?

9. Hvor langt er der til Månen og hvor stor er den?

Fra to sigtepunkter på Jorden, der ligger i en afstand af 8000 km fra hinanden (målt gennem Jordkuglen), sigter man samtidig mod et punkt på Månens overflade. De to sigtevinkler er 90° og $88,8^\circ$.



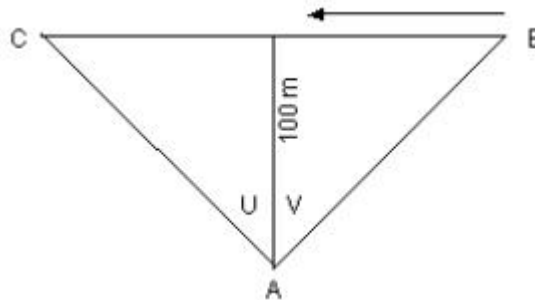
1. Beregn afstanden til Månen.

2. Der er en måleusikkerhed i de $88,8^\circ$ på $\pm 0,1^\circ$.

Hvad betyder det for den beregnede afstand?

3. Beregn dernæst Månens diameter når en iagttager på Jorden ser Månen under en synsvinkel på $0,53^\circ$.

10. En hastighedsmåling

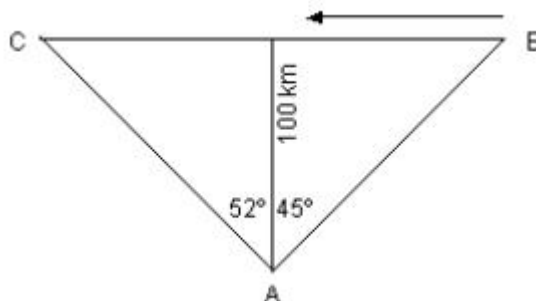


Ved en hastighedskontrol af biler på en vej måles hvor lang tid det tager bilerne at gennemkøre strækningen fra B til C. De to sigtevinkler v og u er opgivet til:

$$v = 60^\circ \quad u = 45^\circ \quad \text{Den målte tid: } 8,35 \text{ sek.}$$

Beregn bilens hastighed i km/t.

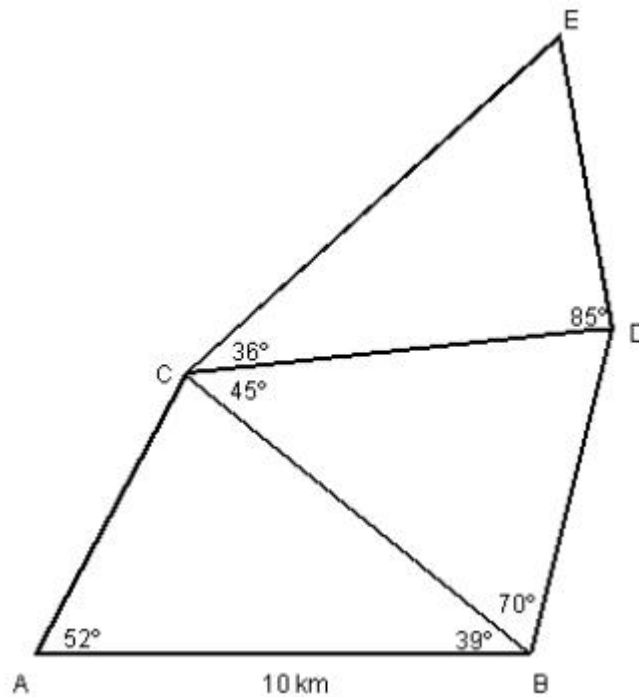
11. Satellittens hastighed



En satellit bevæger sig i en højde på 100 km over Jordens overflade. Du bestemmer sigtelinierne til den med 30 sekunders mellemrum. Beregn satellittens hastighed i km/t ud fra de oplysninger der er givet på figuren.

12. Landmåling

Ved opmåling over større afstande anvendes et net af trekanter. Her er et lille eksempel:

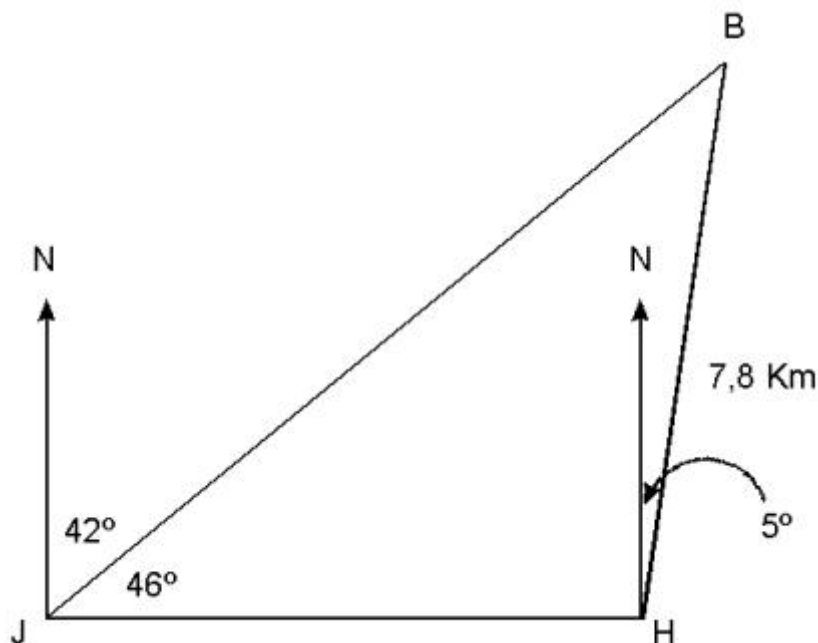


Liniestykket AB er opmålt med så stor nøjagtighed som muligt. Derefter måles ved hjælp af sigtelinier en række vinkler på figuren.

1. Beregn alle ukendte vinkler og sider på figuren.
2. Beregn afstanden BE
3. Beregn afstanden AE

13. Øen i Vadehavet

I Vadehavet ligger en lille ø, Jordsand. Skitsen viser øens beliggenhed i forhold til to landsbykirker på fastlandet, Hjørpsted kirke og Ballum kirke.

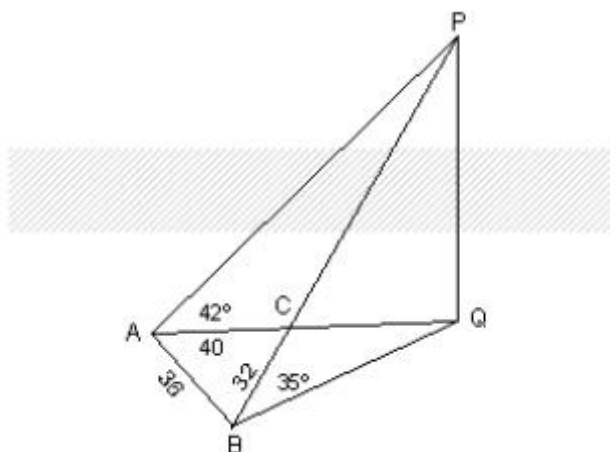


Fra Jordsand (J) sigter man mod Hjørpsted kirke (H) og Ballum kirke (B). Vinklen mellem de to sigtelinier er 46° . Afstanden mellem de to kirker er 7,8 km.

Endvidere er angivet hvor meget linie JB afviger fra Nord-Syd retningen: 42° , og hvor meget linien HB afviger fra Nord-Syd retningen: 5° .

Beregn de to afstande HJ og BJ.

14. En spejderkonkurrence



Spejderne skal finde afstanden mellem de to punkter P og Q som ligger på hver sin side af et vandløb.

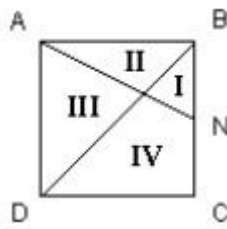
Gruppen fastlægger punkterne A, B og C, og måler følgende afstande:

$$AB = 36 \text{ m} \quad BC = 32 \text{ m} \quad AC = 40 \text{ m}$$

Endvidere er vinkel PAC målt til 42° , og vinkel PBQ til 35° .

Beregn afstanden mellem P og Q.

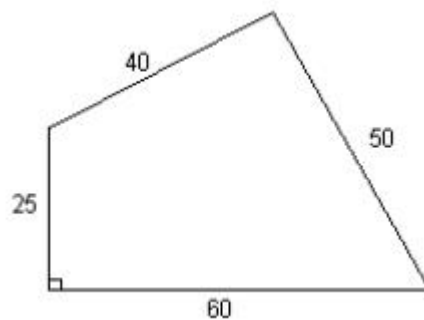
15. Find arealerne



I kvadratet ABCD har siderne længden 10 meter. N er midtpunktet af BC.

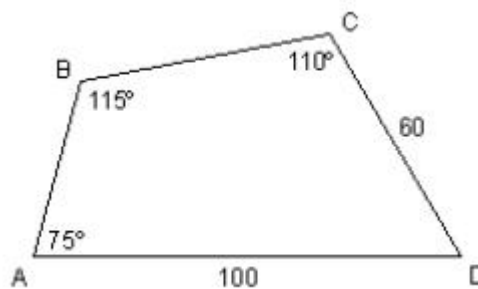
Beregn arealerne af de fire figurer som kvadratet er opdelt i.

16. Jordstykke: Areal



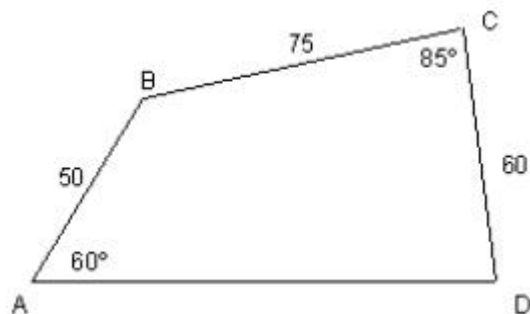
Beregn jordstykkets areal.

17. Jordstykke: Sider og areal



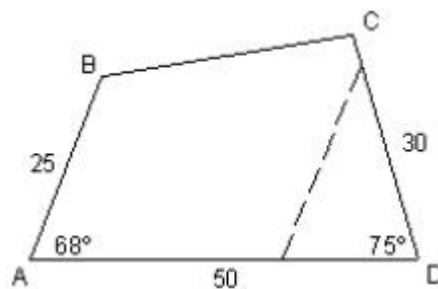
Beregn de manglende sidelængder samt jordstykkets areal.

18. Jordstykke: Diagonaler og areal



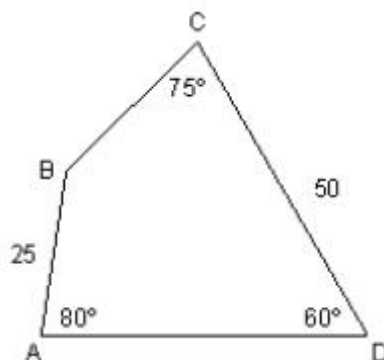
Beregn jordstykkets to diagonaler AC og BD samt dets areal.

19. Jordstykke: Vinkler og areal



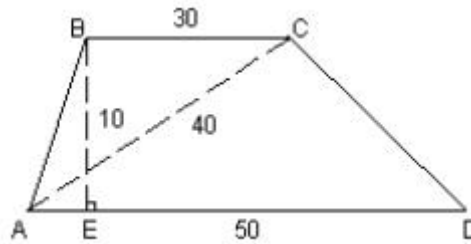
Beregn jordstykkets vinkler og dets areal. Benyt eventuelt den tegnede hjælpelinie som er parallel med AB.

20. Jordstykke: Omkreds og areal



Beregn jordstykkets omkreds og dets areal. Benyt eventuelt en hjælpelinie som i forrige opgave.

21. Et trapez

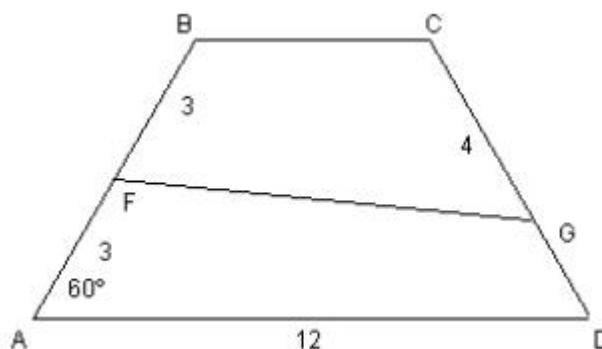


Figuren er et trapez: Siderne AD og BC er parallelle. Følgende mål er givet:

$$AD = 50 \quad BC = 30 \quad BE = 10 \quad AC = 40$$

Beregn de ukendte sider i firkanten og beregn dens areal.

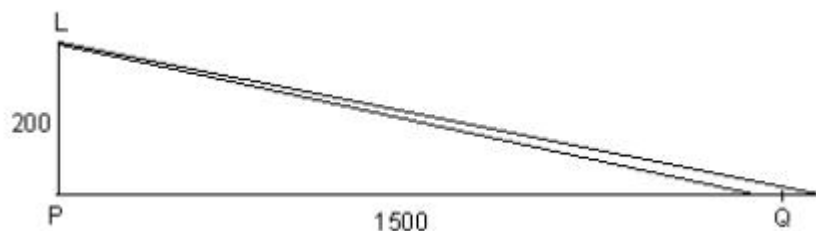
22. Et ligebenet trapez



Beregn længden af liniestykket FG.

23. En projektør

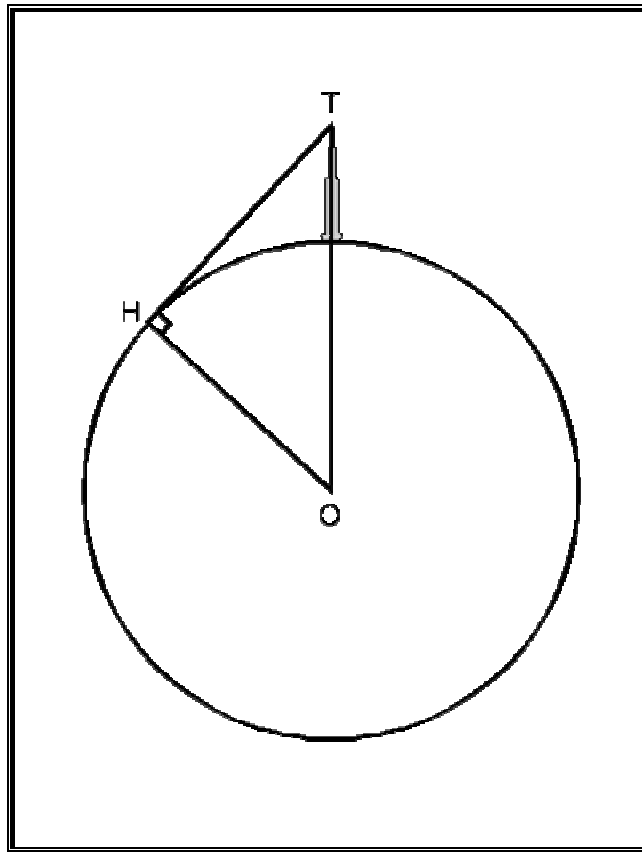
En projektør belyser en strandbred. Den er anbragt 200 meter fra strandbredden, og lyskeglen spreder sig $0,5^\circ$, dvs. vinklen ved L er $0,5^\circ$.



1. Hvor bredt et stykke af stranden kan belyses når lyskeglen rettes mod punktet P?
2. Og hvor bredt et stykke af stranden kan belyses når lyskeglen rettes mod punktet Q der ligger 1500 m fra P.

24. Hvor langt kan du se?

Du befinder dig i et tårn 30 meter over havets overflade. Hvor langt kan du se, eller „hvor langt er der til horisonten“?



Figuren viser en skitse hvor tårnet (i overdreven størrelse) er placeret på Jordkuglen. Afstanden til horisonten er givet ved liniestykket TH. Jordkuglens radius kan sættes til 6375 km.

Beregn afstanden TH når tårnets højde h er:

1. $h = 30$ m
2. $h = 60$ m
3. $h = 120$ m
4. $h = 2$ m

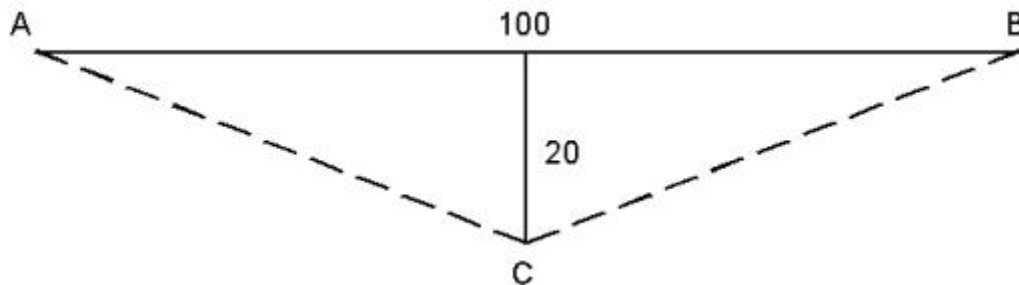
25. Hvor langt er skibet borte?

Du befinder dig i et tårn 10 m over havets overflade hvor du spejder efter et sejlskib som fører en vimpel der er placeret 25 m over havets overflade.

Hvor langt er skibet borte når du lige kan skimte vimplen i horisonten?

26. Hvor meget skal snoren forlænges

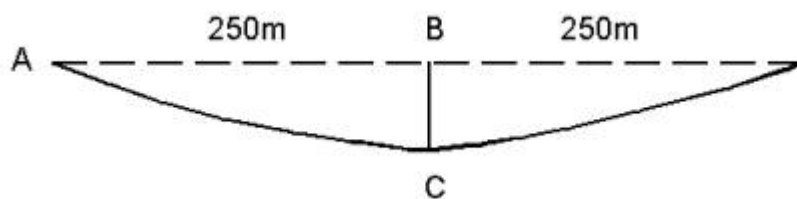
En snor på 100 m har endepunkterne A og B. Snoren skal forlænges så meget at den midtvejs kan nå ned til mærket C.



Hvor meget skal snoren gøres længere?

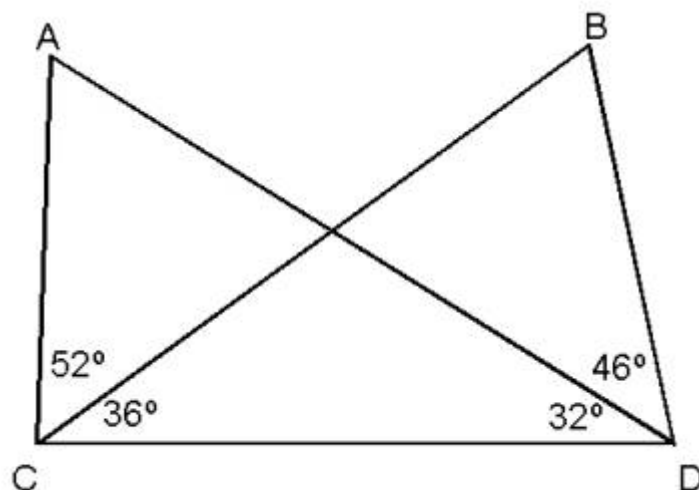
27. Hvor meget hænger ledningen ned?

Figuren viser en 500 meter lang metalledning. Under en varmebølge bliver ledningen forlænget med 30 cm.



Beregn størrelsen af ledningens nedhæng, dvs. stykket BC på figuren. Du kan i beregningen lade kurven mellem A og C være et ret liniestykke. Den fejl du dermed indfører, er ikke af større betydning.

28. En opmåling i terrænet



Punkterne A og C ligger i en afstand af 3750 m fra hinanden. Fra punkterne C og D måles de sigtevinkler der er angivet på figuren.

Beregn længden af AB, BD og CD.

29. En gylden trekant

Dette er en ligebeinet trekant hvor vinklen mellem de to lige lange sider er 36° .

Lad $a = 10$, $b = 10$ og $C = 36^\circ$. Beregn forholdet mellem længden af c og a . Dette forhold er det der indgår i det såkaldte „gyldne snit“.

Gå ind i beregning af vinkelhalveringslinier, og undersøg hvor mange af de anførte liniestykker der har samme længde som c . Bemærk at trekant ABD på den tegnede figur igen er en gylden trekant.

30. Et havebed

Du har anlagt et cirkelformet havebed med en radius på 1 meter. Nu vil du gerne have opdelt cirkelbuen i 9 lige store stykker. Hvordan gør du det ved hjælp af en målestok med centimeterinddeling og TRIGONOM?

31. Gæt og kontroller

En trekant er fastlagt ved: $A = 68^\circ$, $b = 4$, $c = 6$. Lad TRIGONOM beregne de ukendte stykker i trekanten. Udprint beregningsresultaterne.

I en ny trekant er $A = 68^\circ$, $b = 8$, $c = 12$, altså samme vinkel A som før, men dobbelt så lange sider b og c .

Fortæl uden at bruge TRIGONOM hvad målene for de ukendte stykker i denne trekant er. Og hvor lang er højden fra A og medianen fra B ? Og hvad er trekantens areal? Og hvor stor er radius i dens omskrevne cirkel?

Udfør derefter beregningerne med TRIGONOM og kontroller dine gæt på de ukendte stykker.

32. Samspil mellem medianer og sider

Undersøg ved nogle eksempler om det er rigtigt at i en trekant vil den længste median altid være den der har sit fodpunkt på den korteste side.

Foretag beregningerne for nogle trekanter hvor du selv vælger de tre sidelængder. Prøv både med spidsvinklede trekanter (hvor alle vinkler er mindre end 90°) og stumpvinklede trekanter (hvor en af vinklerne er over 90°).

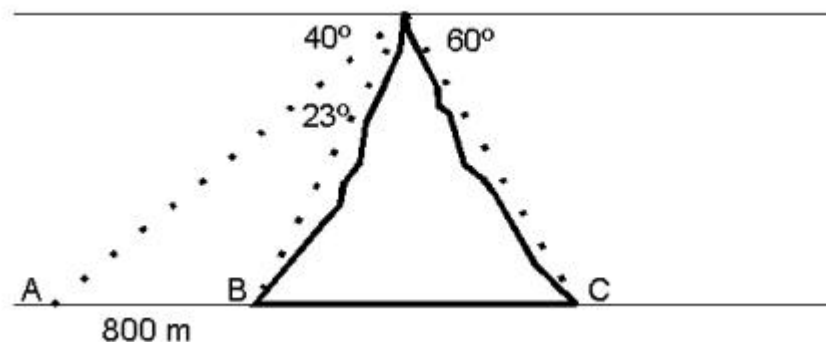
33. Samspil mellem vinkelhalveringslinier og sider

Undersøg lige som i forrige opgave om det er rigtigt at i en trekant vil den længste vinkelhalveringslinie altid være den der har sit fodpunkt på den korteste side.

Gælder mon et tilsvarende resultat for trekantens højder?

34. En tunnel bores

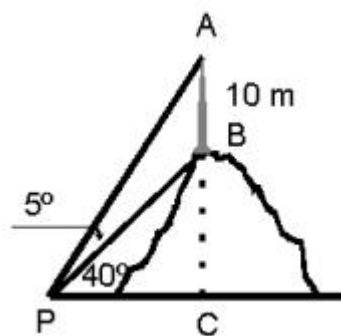
Figuren viser en tunnel som skal bores gennem bjerget fra B til C.



Beregn længden af tunnelen.

35. Hvor høj er bakken?

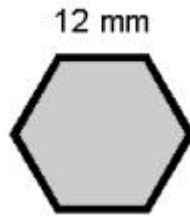
På en bakketop findes et 10 meter højt tårn.



Beregn bakkens højde BC.

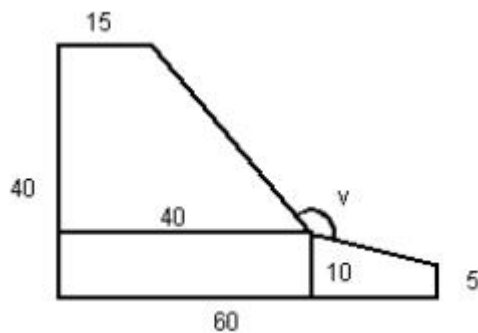
36. En bolt

Hovedet på en bolt har form som en regulær sekskant med kantlængde 12 mm.



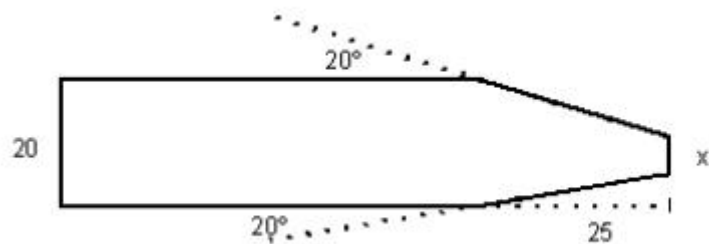
Beregn bolt-hovedets bredde.

37. Find den ukendte vinkel



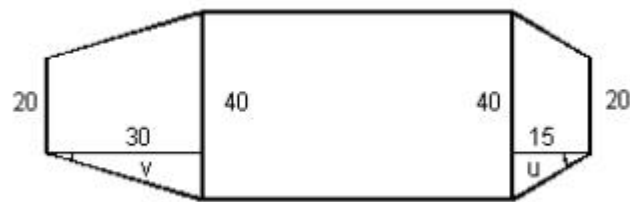
Beregn den ukendte vinkel v .

38. Find den ukendte side



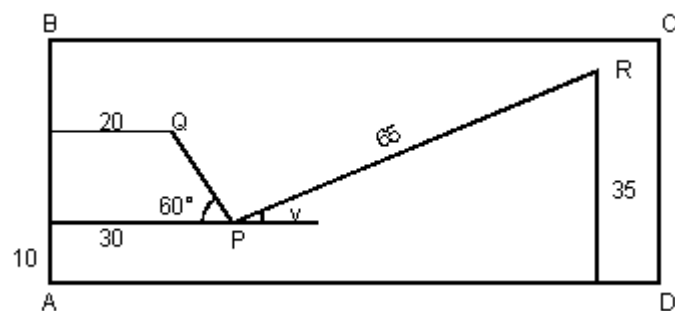
Beregn længden af siden x .

39. Find de to ukendte vinkler



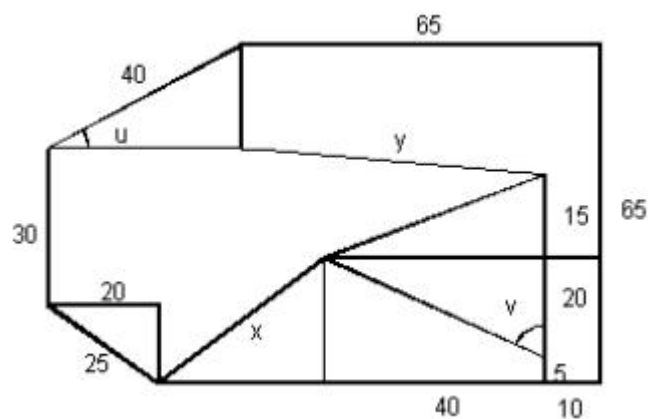
Beregn de to ukendte vinkler v og u . Figuren er symmetrisk om en vandret midterlinie.

40. Placeringer i et rektangel



Beregn den ukendte vinkel v , samt Q's afstand fra AD og R's afstand fra AB.

41. Kan du finde de ukendte stykker?



Beregn længden af de to ukendte liniestykker x og y , og beregn størrelsen af de ukendte vinkler v og u .

42. En cirkels omkreds og areal

I matematikkens historie har man beregnet omkreds og areal af cirkler ved at foretage en tilnærmet beregning ved hjælp af trekanter.



Figuren viser en regulær 6-kant sammensat af seks trekanter der har topvinklen 60° og med to sider som har længden 1.

Beregn figurens omkreds og dens areal. Disse to tal kan bruges som en første tilnærmelse til omkreds og areal af en cirkel med radius 1.

Foretag dernæst beregningen med en regulær 12-kant. Og prøv med en regulær 24-kant.

Sammenlign de fundne værdier med dem du får når du bruger de matematiske formler for omkredsen og arealet af en cirkel med radius 1.

Hvis du ønsker at prøve med fx en regulær 180-kant, har du brug for trekantens sidelængde og areal med en bedre nøjagtighed end den der umiddelbart gives i „Resultater“. Ved et tryk på „Skift notation“ (under Resultater) får du resultaterne angivet i den såkaldte eksponent-notation. Her er sidelængde og areal angivet med seks cifre. Det er disse tal du skal bruge når du skal beregne omkreds og areal af 180-kanten.

Undersøg hvor godt 180-kantens omkreds og areal stemmer med cirkelns.

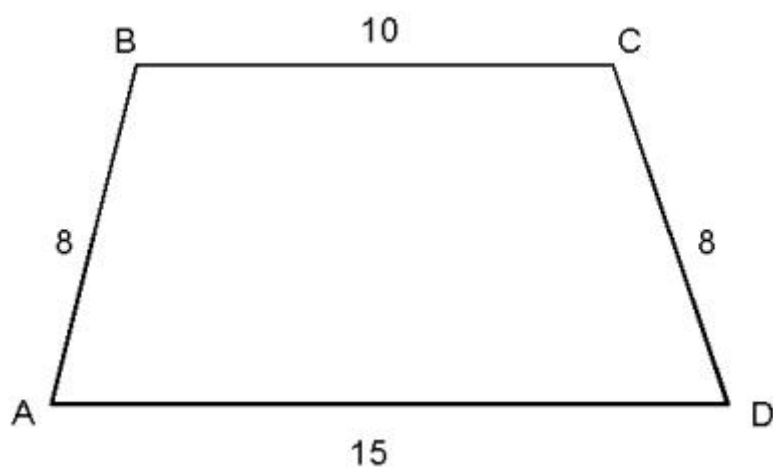
Prøv eventuelt også med en 360-kant.

43. Arkimedes' 96-kanter

Arkimedes benyttede 96-kanter til at give en bestemmelse af cirkelns omkreds: Han beregnede omkredsen af en regulær 96-kant der var indskrevet i cirklen, og han beregnede omkredsen af en regulær 96-kant der var omskrevet om cirklen.

Lad TRIGONOM beregne de to omkredse. Benyt en cirkel med radius 1. Undersøg om den teoretiske længde af cirkelns omkreds ligger imellem de to 96-kanter omkredse. (Se bemærkningerne om regnenøjagtighed i forrige opgave).

44. Arealet af et ligebenet trapez



Figuren viser et ligebenet trapez. Beregn ved hjælp af TRIGONOM arealet af trapezet.

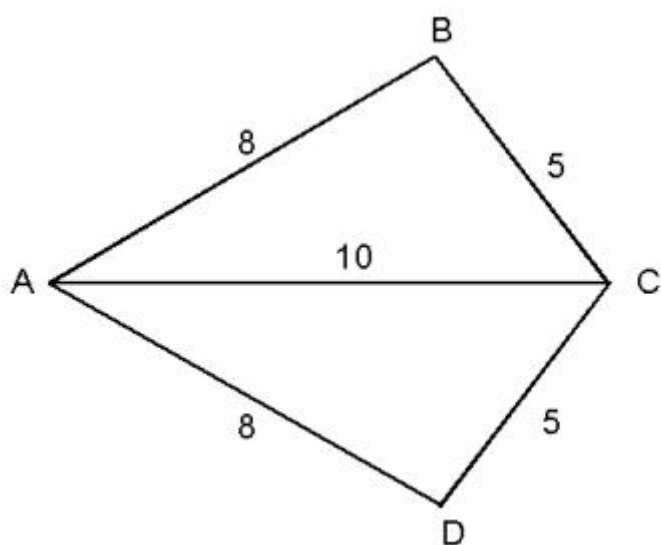
Undersøg om det er rigtigt at arealet kan beregnes ved formlen

$$h \cdot m$$

hvor h er afstanden mellem trapezets parallelle sider og hvor m er længden af det liniestykke der forbinder midtpunkterne af de ikke-parallelle sider.

45. Arealet af dragefirkanter

Figuren viser en dragefirkant: De to sider der udgår fra A er lige store, og det samme gælder for de to sider der udgår fra C.



Beregn arealet af firkanten og beregn længden af den ukendte diagonal BD. Opstil derefter en formel til beregning af arealet af dragefirkanter. Afprøv den på nogle dragefirkanter hvor du selv vælger længden af de givne afstande.

Undersøg om den opstillede formel gælder for parallellogrammer, rhomber (firkanter med fire lige store sider), rektangler, kvadrater.

46. En regulær femkant

Siden i den regulære femkant er 1 meter. Beregn femkantens areal og beregn arealet af den lille femkant.

