EMMA-Tema: Hvad er chancen? Brug KUGLE1!

Indhold

1. En kuglemodel

I et spil skal du trække en seddel fra en æske. I æsken er der 10 sedler og der er gevinst på 3 af dem. Den seddel du trækker, skal lægges tilbage i æsken før du foretager den næste udtrækning.

Du får lov til at trække 5 gange. *Hvad er dine gevinstchancer?*

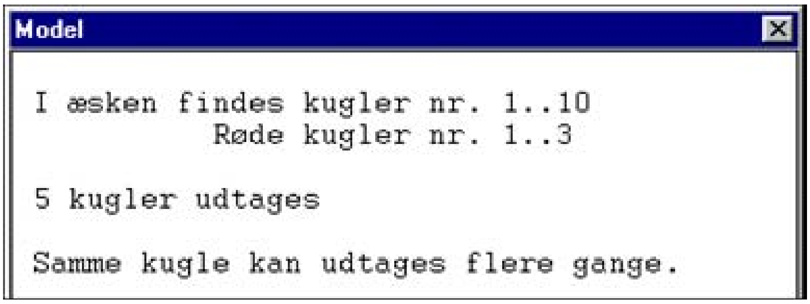
Dette spørgsmål kan vi belyse ved hjælp af programmet KUGLE1. Med det program kan vi opbygge en kuglemodel af chancesituationen. I kuglemodellen tænker vi os at vi har en æske med kugler. Nogle af kuglerne er røde. Vi bestemmer selv hvor mange kugler der er i æsken og hvor mange af dem der er røde.

Programmet kan nu udtage kugler fra æsken, én for én, og hver gang notere om det var en rød kugle der blev udtaget.

Med KUGLE1 kan vi derfor efterligne, eller simulere, en række chanceeksperimenter. Og gennem anvendelse af KUGLE1 kan vi få oplysning om de ukendte chancer.

Gå ind i programmet KUGLE123 og vælg Ny model. Vælg derefter Kugle1. På skærmen kan du nu give oplysninger om den kuglemodel du vil anvende.

Her har vi fortalt programmet hvad kuglesituationen er: Der er 10 kugler i æsken og 3 af dem er røde. Der udtages 5 kugler, og udtagningen er *med* tilbagelægning: Samme kugle kan udtages flere gange.

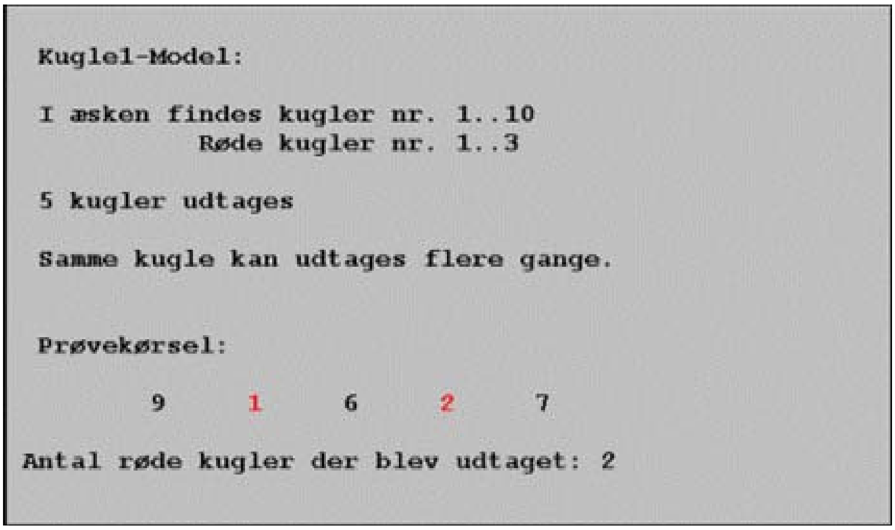


Programmet giver os en meddelelse om hvilken kuglemodel vi har indtastet. Denne model vil vi kort notere ved:

K1(10,3,5, ja)

Det betyder at vi bruger KUGLE1 med 10 kugler, heraf 3 røde. Der skal udtages 5 kugler, og samme kugle kan udtages flere gange. I kuglemodellen har kuglerne fået numre, fra 1 til 10. De røde kugler har numrene fra 1 til 3. Det vil altid være sådan at de røde kugler har de laveste numre.

Vi lader nu KUGLE1 udføre en *prøvekørsel*. Vi gennemfører altså kugleudtagelsen som den er beskrevet i modellen. Klik på *Prøvekørsel* giver følgende resultat:



Du kan se at vi igen først får at vide hvilken model det drejer sig om. Derefter vises numrene på de fem kugler der blev udtaget: 9, 1, 6, 2, 7. Blandt dem er der to røde kugler, nemlig nr. 1 og 2.

Dette resultat svarer til at vi ville have fået to gevinstsedler i vor udtrækning af sedler fra æsken med de 10 sedler.

En serie af eksperimenter

Vi vil nu lade KUGLE1 udføre en serie af eksperimenter. Vi kan jo først udtale os om chancer når vi har et større materiale, en enkelt prøvekørsel siger ikke noget.

Vi vælger menupunktet *Kørsel* og fortæller at vi ønsker at udføre 20 eksperimenter.

Her har vi tallene fra en serie på 20 eksperimenter. 20 gange har vi udtaget 5 kugler, og i hvert eksperiment har vi noteret hvor mange røde kugler der blev udtaget blandt de fem kugler.

Bemærk at det ikke er kuglenumre der står i listen. Det er *antallet af røde kugler* i hvert af de 20 eksperimenter. I det første eksperiment blev der udtaget 2 rød kugler, i det næste 1 kugle, derefter ingen røde kugler, og i det fjerde eksperiment var der 3 røde kugler.

Vi lader nu KUGLE1 udskrive en oversigt over de 20 resultater:

Antal røde kugler	Andel røde kugler	Antal eksperimenter	Antal i %	Kumuleret %
0	0.000	4	20.00	20.00
1	0.200	7	35.00	55.00
2	0.400	4	20.00	75.00
3	0.600	5	25.00	100.00

Udført i alt: 20 eksperimenter

Gennemsnit: Antal røde kugler pr. eksperiment: 1.50
Andel - - - - - : 0.300

Oversigten gives i *en sumtabel*. Vi kan i tabellen se antallet af røde kugler: Der er tale om 0, 1, 2 eller 3 røde kugler. Vi ser at der har været 4 eksperimenter med 0 røde kugler, 7 eksperimenter med 1 rød kugle, 4 eksperimenter med 2 røde kugler og 5 eksperimenter med 3 røde kugler.

I tabellen er også anført *andelen* af røde kugler. For eksempel svarer 2 røde kugler jo til at 2 ud af 5 udtagne kugler var røde, dvs. andelen af røde kugler var 2/5 = 0.400.

Af tabellen kan vi få en ide om chancerne i vor udtrækning af sedler fra æsken med de 10 sedler. Det ser ud til at der er stor chance for at få én gevinst, det svarer jo til 1 rød kugle i kugleudtagelsen. Vi kan også se at chancen for to og for tre gevinster er noget mindre.

Vi kan ikke sætte tal på chancen for at få mere end tre gevinster. I kugleudtagelsen forekom der jo ikke mere end tre røde kugler.

Her har vi ladet KUGLE1 udføre 100 eksperimenter. Nu forekommer både 3 og 4 røde kugler: I 12 af de 100 eksperimenter udtages der 3 røde kugler, og i 3 eksperimenter udtages der 4 røde kugler. Vi ser også at der er 18 eksperimenter uden røde kugler.

Antal røde kugler	Andel røde kugler	Antal eksperimenter	Antal i %	Kumuleret %
0	0.000	18	18.00	18.00
1	0.200	42	42.00	60.00
2	0.400	25	25.00	85.00
3	0.600	12	12.00	97.00
4	0.800	3	3.00	100.00

Udført i alt: 100 eksperimenter

Gennemsnit: Antal røde kugler pr. eksperiment: 1.40
Andel - - - - - : 0.280

Med det nye materiale kan vi begynde at sætte tal på chancerne i vor udtrækning af sedler fra æsken med de 10 sedler og 3 gevinster: Måske tør vi sige at der er ca. 15% chance for at få mere end 2 gevinster, og at risikoen for slet ikke at få nogen gevinst er ca. 18%.

Sumtabellen er et godt værktøj

Det er vigtigt at du forstår at aflæse en sumtabel. En sådan tabel er et af de mest benyttede hjælpemidler når man skal have oversigt over et talmateriale. Bemærk især tallene i kolonnen yderst til højre. De fortæller hvad de kumulerede %-tal er. Kumuleret betyder "lagt sammen". Lad os se lidt nærmere på de kumulerede tal:

I den anden linie i tabellen finder du yderst til højre tallet 60.00. Det betyder at vi i 60% af eksperimenterne har fået enten 0 røde kugler eller 1 rød kugle. Du kan se hvordan de 60% opstår: Der er 18% eksperimenter med 0 røde kugler og 42% med 1 rød kugle, i alt er der 60% eksperimenter med enten 0 røde kugler eller 1 rød kugle.

Vi kan derfor sige at i 60% af eksperimenterne fik vi ikke over 1 rød kugle. Eller sagt på en anden måde: Chancen for at få højst 1 rød kugle er 60%.

Det næste tal i den højre kolonne er 85.00. Det fortæller os at der i 85% af eksperimenterne ikke forekom over 2 røde kugler. Det tal fortæller os også at der i 15% af eksperimenterne kom flere end 2 røde kugler. Hvorfor?

De kumulerede tal kan give os svar på spørgsmål af følgende slags:

Hvad er chancen for at få op til 2 røde kugler (dvs. *højst* 2 røde kugler)?

Hvad er chancen for at få 3 eller flere røde kugler (dvs. *mindst* 3 røde kugler)?

Når du får en sumtabel på skærmen, så prøv selv at stille nogle spørgsmål om chancen for at få *højst* x kugler. Og stil spørgsmål om chancen for at få *mindst* y kugler. På den måde kan du vænne dig til brugen af ordene *højst* og *mindst* i forbindelse med tabeller over talmateriale.

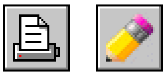
Nederst på billedet med sumtabellen kan vi se at der i gennemsnit er udtaget 1.40 røde kugler pr. eksperiment. Da der er tale om udtagelse af 5 kugler hver gang, svarer de 1.40 røde kugler til en andel på 0.28 eller 28% røde kugler i hvert eksperiment. Men i æsken var der jo 30% røde kugler, nemlig 3 ud af 10, så vi har i eksperimenterne fået lidt færre røde kugle end vi ”skulle have haft” hvis udtagelsen helt havde fulgt det gennemsnitlige.

De nederste linier i billedet med sumtabellen giver os på denne måde et hurtigt overblik over om vore eksperimenter i gennemsnit har været i god overensstemmelse med det forventede eller om de har været ”skæve”.

De ti knapper

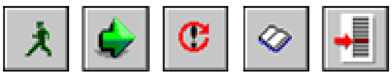
KUGLE1 er en del af programmet KUGLE123. De to andre programmer KUGLE2 og KUGLE3 ser vi på i andre EMMA-temaer.

De tre programmer er bygget op på samme måde og vi vil her se på de ti knapper som kan anvendes i alle tre programmer.



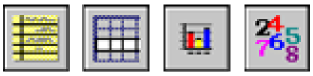
De to første knapper har med udprintningen at gøre.

- Første knap aktiverer printeren og du får udskrevet dine resultater.
- Anden knap giver dig mulighed for at du kan indtaste dit navn, så du kan finde din udskrift hvis den kommer ud på en fælles printer.



De fem næste knapper kan benyttes når du skal køre en kuglemodel.

- Den første giver dig mulighed for at sætte en kørsel i gang.
- Den næste knap kan bruges når du vil fortsætte en kørsel, hvis du fx har kørt 100 eksperimenter, men gerne vil udvide med yderligere 400 eksperimenter.
- Den tredje knap giver dig mulighed for at gentage en kørsel. Hvis du lige har kørt 100 eksperimenter, så kan du ved et tryk på denne knap køre 100 nye eksperimenter. Du får altså nye resultater, det er kun antallet af eksperimenter der gentages.
- Den fjerde knap lader dig se den model du har indtastet. Hvis du kommer i tvivl undervejs, kan du blot klikke på denne knap.
- Den sidste af de fem knapper giver dig mulighed for at rette i dine inddata.



De fire sidste knapper har med resultaterne at gøre.

- Den første skal du bruge for at få en oversigt i form af en sumtabel. Hvis sumtabellen er grupperet, kan du vælge mellem en oversigt som fremviser de grupperede resultater eller en oversigt som giver resultaterne i alle detaljer.
- Den næste knap giver dig en liste over resultaterne fra de enkelte eksperimenter.
- Den tredje knap viser dig et søjlediagram over resultaterne fra kørslen.
- Den sidste knap giver dig mulighed for at få nogle værdifulde statistik-oplysninger fra den foretagne kørsel. Denne knap ser vi på i næste afsnit.

Prøv selv

1. Gå ind i KUGLE1. Vælg *Ny model* og indtast den model vi har set på:

    K1(10,3,5,ja).

Afslut med et klik på OK.

Gå derefter til knappen *Ny kørsel*, og bed om 100 eksperimenter. Afslut igen med klik på OK. På skærmen kommer de 100 resultater. Klik på den knap der giver *Oversigt* og du får en sumtabel. - Hvis du vil vende tilbage til resultaterne, skal du klikke på Resultat-knappen.

2. Undersøg hvad din kørsel siger om chancen for at få mindst tre røde kugler og risikoen for slet ikke at få nogen rød kugle.
3. *Ny kørsel*. Foretag en ny kørsel, denne gang med 500 eksperimenter: Klik på *Ny kørsel* knappen, og indtast at der er tale om 500 eksperimenter. Undersøg hvad den nye kørsel siger om chancen for mere end 2 røde kugler og om risikoen for 0 røde kugler.
4. *Fortsæt*. Klik på *Fortsæt*-knappen. Du har nu mulighed for at forlænge din kørsel med flere eksperimenter. Vælg fx 500 ekstra, på skærmen kommer nu en oversigt over resultaterne for i alt 1000 eksperimenter. Studer den nye sumtabel.
5. *Gentag*. Klik på den femte knap. Programmet gentager nu den foregående kørsel, men selvfølgelig med nye resultater. Kig på den nye oversigt. Print den ud.
6. Klik på *Graf*-knappen (nr. 2 fra højre) og sammenlign grafen med den udprintede sumtabel.

Vi bruger en kuglemodel
Du har nu set hvordan vi har fået svar på vore spørgsmål om chancerne i spillet: Vi opstillede en kuglemodel for spillet og lod computeren udføre eksperimenter med kuglemodellen.

Ved løsningen af spilleproblemet er vi altså gået frem således:

1. Vi opstiller en kuglemodel som passer med den forelagte chancesituation, altså med spillet.
2. Vi lader computeren udføre eksperimenter med kuglemodellen: Vi efterligner eller simulerer modellen på computeren.
3. Vi bruger computerens resultater på spillet:

   Vi oversætter eller fortolker resultaterne og finder ud af hvad de siger om den forelagte chancesituation.

Disse tre elementer vil indgå i arbejdet hver gang vi løser chanceproblemer ved hjælp af en kuglemodel:

1. *Vi opstiller modellen*
2. *Vi simulerer modellen*
3. *Vi fortolker resultaterne.*

Det er klart at vi ved en sådan fremgangsmåde risikerer at begå fejl. Her er nogle oplagte fejlkilder:

1. Den opstillede model stemmer ikke godt overens med den forelagte chancesituation.
2. Computerens resultater giver ikke det rigtige billede af modellen.
3. Vi fortolker ikke resultaterne på den rette måde.

Hvad angår punkt 2, så kan vi i nogen grad selv sikre os her. Vi kan lade computeren skaffe os et stort talmateriale, altså lade den udføre mange eksperimenter.

Erfaringer viser at store datamaterialer har gode chancer for at give os et korrekt billede. Vi skal altså ikke nøjes med 5, 10 eller 20 eksperimenter, men vælge 100 eller 200 eller måske endnu flere før vi fortolker de opnåede data.

Hvad angår punkt 1 og punkt 3 i listen over fejlkilder, så vil kun øvelse og erfaring kunne sikre os med fejl her. Vi må altså skaffe os erfaring med at opstille modeller og prøve at fortolke resultater. Gennem eksempler må vi finde ud af hvilke faldgruber der kan være når valget af den rigtige model, eller snarere den bedste model, skal træffes.

Ofte må man nemlig nøjes med en model som ikke på alle punkter afspejler den virkelige chancesituation. Man kan da ikke på forhånd vide noget om modellens kvalitet, kun en afprøvning vil vise hvor anvendelig den er.

Toppen af tema

2. Hvilken kuglemodel?

Når vi anvender KUGLE1 til belysning af chancesituationer, er det i de fleste tilfælde ganske let at opstille den kuglemodel der passer til situationen.

Vi ser på nogle eksempler.

> ***Eksempel 1. En spilleautomat***
>
> *Sanne spiller fire spil på en spilleautomat hvor gevinstchancen i hvert spil er 40%. Undersøg ved hjælp af en kuglemodel hvad hendes gevinstchancer i spillet er.*

Vi skal her have en kuglemodel som giver et billede af et spil hvor vinderchancen i hvert spil er 40%. Vi kan derfor benytte en kugleæske hvor 40% af kuglerne er røde. At der udtrækkes en rød kugle, betyder at Sanne får en gevinst.

Vi kan derfor vælge en æske med 10 kugler, hvoraf 4 er røde. Eller vi kan bruge en æske med 100 kugler, hvoraf 40 er røde. Vi kan også bruge en beskeden æske med 5 kugler, hvoraf 2 er røde.

Der er altså mange muligheder for at vælge æske. Derimod er der kun én mulighed for at fastsætte hvor mange kugler der skal udtages. Sanne spiller jo fire spil, og hver kugleudtagelse svarer til ét spil. Der skal altså udtages 4 kugler.

Kan samme kugle udtages flere gange? Her er svaret: *JA.* Sanne skal jo i hvert spil have 40% chance for at vinde, dvs. 40% chance for at få en rød kugle. Og det kan vi i kuglemodellen kun opnå ved at lægge den udtagne kugle tilbage, således at æskens indhold af kugler er helt det samme ved hver udtagelse. Udtagelsen foregår altså *med tilbagelægning*.

Vi kan derfor bruge modellen K1(10,4,4,ja) når vi vil løse Sannes problem.

Prøv selv

1. 1. Lad KUGLE1 udføre 100 eksperimenter med modellen, og giv dit bud på chancen for at Sanne får:

   (a) højst én gevinst (b) ingen gevinst (c) mindst to gevinster

2. Udfør 100 nye eksperimenter og undersøg hvor godt de nye resultater stemmer med dem fra før.
3. Løs Sannes problem ved hjælp af modellen K1(5,2,4, ja). Sammenlign resultaterne med dem du fik før.

Eksempel 2. Et udvalg nedsættes

I en skoleklasse med 12 piger og 8 drenge skal der nedsættes et udvalg på 3 elever. De tre elever vælges ved lodtrækning.

Undersøg ved hjælp af en kuglemodel hvad chancen er for at udvalget kommer til at bestå af:

(a) 2 piger og 1 dreng (b) 1 pige og 2 drenge (c) 3 piger

Vi skal her bruge en kuglemodel som giver et billede af lodtrækningen blandt klassens 20 elever. Vi vælger en æske der indeholder 20 kugler hvoraf de 12 er røde. Vi lader altså udtagelsen af en rød kugle svare til at en pige vælges ved lodtrækningen.

Tre kugler skal udtages, der skal jo vælges 3 elever.

Kan en kugle udtages flere gange? Her er svaret: *Nej*. Samme elev kan ikke vælges mere end én gang.

Vi gør derfor brug af modellen: K1(20,12,3,nej)

Prøv selv

1. Lad KUGLE1 udføre 100 eksperimenter med den opstillede model og giv dit bud på de tre chancer.
2. Benyt i stedet en model hvor de røde kugler svarer til drengene. Kør 100 eksperimenter med den nye model og giv igen dit bud på de tre chancer.
3. Fra den samme klasse skal nedsættes et udvalg på 5 elever. Undersøg ved hjælp af KUGLE1 hvad chancen er for at pigerne bliver i overtal i udvalget.

Eksempel 3. Møntkast og terningkast

I et spil kastes 5 mønter. Undersøg ved hjælp af en kuglemodel hvad chancen er for at mindst 4 af de femmønter viser krone.

I et spil kastes 3 terninger. Undersøg ved en kuglemodel hvad chancen er for at få mindst én sekser.

Også ved møntkast kan vi bruge en kuglemodel. Ved hvert møntkast er der 50% chance for at mønten viser krone, vi skal derfor vælge en kugleæske som giver 50% chance for at der udtages en rød kugle.

Det enkleste vil være at bruge en æske med kun 2 kugler, hvoraf den ene er rød. Vi kan altså bruge modellen: K1(2,1,5,ja).

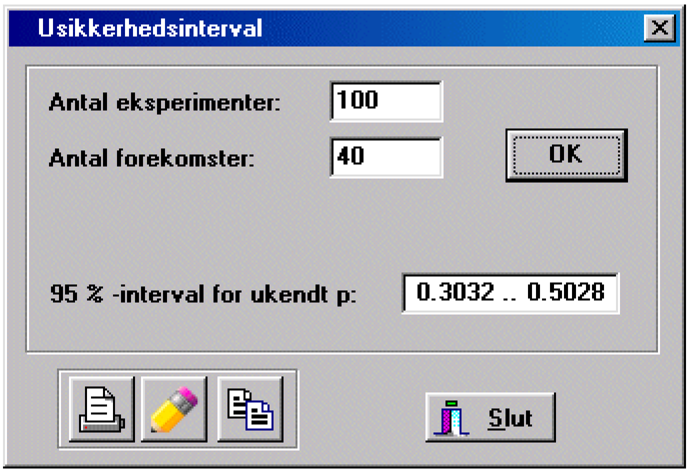
På samme måde kan vi bruge en kuglemodel til at besvare spørgsmål vedrørende de tre terningkast. Vi kan her gøre brug af modellen K1(6,1,3, ja). I denne model svarer en rød kugle til at terningen viser 6.

Prøv selv

1. *Møntkastene*. Lad KUGLE1 udføre 100 eksperimenter, og giv dit bud på chancen for at mindst 4 af de 5 mønter viser krone.
2. *Terningkastene*. Lad KUGLE1 udføre 100 eksperimenter, og giv dit bud på chancen for at få mindst én sekser i et kast med tre terninger.
3. *Fire terninger*. Undersøg hvad chancen er for at få mindst én sekser i et kast med fire terninger.
4. *Er der samme chance?* Ved et kast med to mønter kan der forekomme 2 krone, 1 krone eller 0 krone. Undersøg om de tre situationer har samme chance for at forekomme.

Usikkerhedsintervaller

Der er et menupunkt i KUGLE1-programmet som vi endnu ikke har benyttet. Vi vælger Usikkerhedsinterval, og der åbner sig et vindue på skærmen.



Lad os antage at vi har udført 100 kast med fire terninger, og at vi i 40 af kastene fik mindst én sekser. Vi vil nu gerne have et skøn over den ukendte chance for at få mindst én sekser. Vi ved godt at vi ikke kan sige at chancen lige præcis er 40%. Hvis vi udfører eksperimenterne igen, vil vi nok få et andet tal end 40.

Ved hjælp af *Usikkerhedsinterval* kan vi få et skøn over den ukendte chance. Vi har indtastet at der er tale om 100 eksperimenter, og vi fortæller at vi 40 gange fik mindst én sekser. Vi får da at vide at den ukendte chanceværdi kan skønnes at ligge i intervallet fra 0.3032 til 0.5028, altså fra ca. 30% til ca. 50%.

Der kan selvfølgelig ikke gives fuld sikkerhed for at den ukendte chance ligger i dette interval. Men intervallet er beregnet således at det i 95 tilfælde ud af 100 vil indeholde den ukendte chance. Vi kalder det et 95%-usikkerhedsinterval.

Prøv at se hvad der sker med usikkerhedsintervallet når du kaster 200 gange og i 80 kast får mindst én sekser. Og prøv med 400 kast hvor de 160 giver mindst én sekser.

Prøv også med 50 kast hvor de 20 giver gevinst, og prøv med 25 kast hvor der er gevinst i 10 kast.

Statistik-knappen 

Vi ser nu på hvad den sidste knap, Statistik-knappen, kan bruges til. Vi ser på et eksempel.

Vi lader KUGLE1 udføre 200 kast med en mønt, og vi vil undersøge chancen er for antallet af Kronekast.

Vi kan her bruge modellen K1(2,1,200,ja). Vi lader altså den røde kugle svare til at mønten viser Krone.

Vi udfører nu 100 eksperimenter. I hvert af dem kastes mønten altså 200 gange og vi noterer hvor mange af de 200 kast der giver Krone.

Her er oversigten over resultaterne fra de 100 eksperimenter:

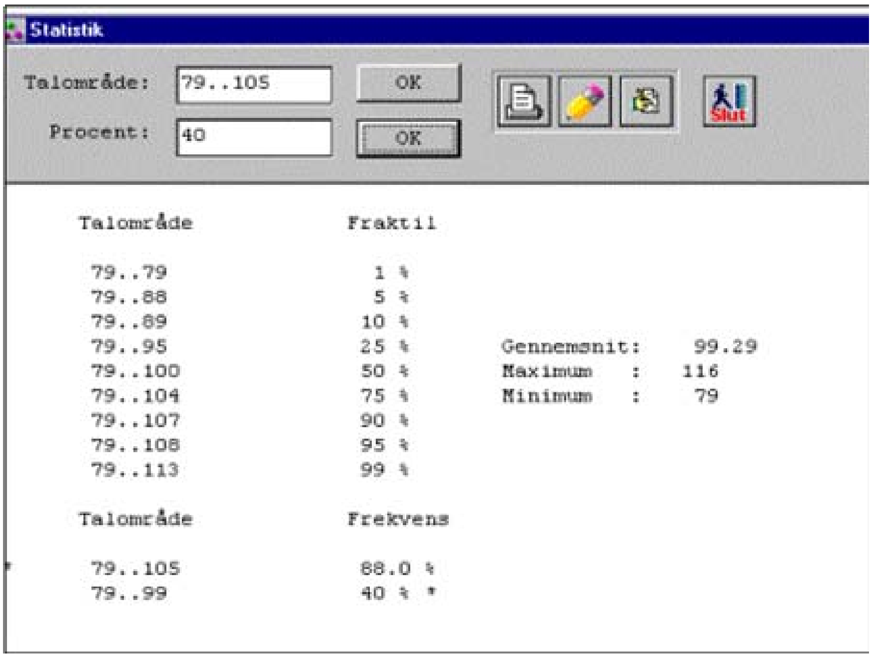
Antal røde kugler	Antal eksperimenter	Antal i %	Kumuleret %
79-87	3	3.000	3.00
88-89	7	7.000	10.00
90-91	4	4.000	14.00
92-93	3	3.000	17.00
94-95	8	8.000	25.00
96-97	9	9.000	34.00
98-99	11	11.000	45.00
100-101	18	18.000	63.00
102-103	11	11.000	74.00
104-105	14	14.000	88.00
106-107	5	5.000	93.00
108-110	4	4.000	97.00
111-113	2	2.000	99.00
116-116	1	1.000	100.00

Udført i alt: 100 eksperimenter

Gennemsnit: Antal røde kugler pr. eksperiment: 99.29
Andel - - - - - : 0.496

Af denne oversigt kan vi få en række vigtige oplysninger. Vi kan se at der er 25% chance for at antallet af Kronekast ligger på 95 og derunder. Og vi kan se at der er 88% chance for at få højst 105 kronekast. Det betyder at der er 12% chance for at antallet af Kronekast er over 105.

Vi klikker nu på Statistik-knappen.



Til højre på skærmen ser vi at det gennemsnitlige antal kronekast i de 200 serier har været på 99.29, altså tæt på 100. Vi ser også at det højeste antal der forekommer er 116 (Maximum) og det laveste er 79 (Minimum). Hver af de udførte serier af kast har altså givet os et antal kronekast som ligger fra 79 op til 116.

På skærmen har vi en oversigt over de såkaldte *fraktilværdier*. Her ser vi fx at ud for 10% står der 79..89 under Talområde. Det betyder at de laveste 10% af kørselsresultaterne strækker sig fra 79 op til og med 89. I 10% af kørslerne har vi altså fået et antal af Kronekast som ligger fra 79 og op til og med 89. Det betyder at *10%-fraktilen* i materialet er på 89.

Vi ser også at vore resultater i 75% af kørslerne har givet et resultat fra 79 op til 104.

75%-fraktilen er derfor 104, dvs. i 75% af kørslerne har vi fået et antal af Kronekast som er på 104 og derunder.

Øverst i skærmvinduet er der to felter hvor vi kan indtaste tal. I Talområde har vi indtastet 79..105 og vi ser nederst på skærmen at dette område svarer til 88% af resultaterne. 88%-fraktilen i datamaterialet er altså 105. Det stemmer med det vi allerede har set i sumtabellen.

I Procentfeltet har vi derefter indtastet 40. Programmet svarer at talområdet fra 79 til 99 indeholder de nederste 40% af Kroneantallene. 40%-fraktilen i materialet er derfor 99.

I talområdet kan du også indtaste *andele* i stedet for *antal*. Hvis du fx indtaster 0.48..0.52 vil programmet opfatte det som andele af røde kugler. Du vil derfor få at vide hvad chancen er for at en stikprøve indeholder fra 48% til 52% røde kugler.

Toppen af tema

3. Opgaver

1. Sannes nye spilleautomat

Sanne spiller fire spil på en spilleautomat hvor chancen for gevinst i hvert spil er 50%. Undersøg hvad Sannes chance er for:

(a) én gevinst (b) ingen gevinst (c) mindst to gevinster

2. Ti elever

Ti elever fra Sannes klasse udfører hver et spil på en spilleautomat hvor chancen for gevinst i hvert spil er 40%.

Hvad er chancen for at mindst fem af de ti elever får gevinst?

Hvad er risikoen for at højst to af eleverne får gevinst?

3. Chancen for seksere

I et spil kastes fem terninger.

Hvad er chancen for at få mindst én sekser?

Hvad er chancen for at få mindst to seksere?

4. Kronekast

I et spil kastes ti mønter.

Hvad er chancen for at lige præcis fem af mønterne viser krone?

Hvad er chancen for at flere end fem mønter viser krone?

5. Et udvalg i klassen

I en skoleklasse med 15 piger og 10 drenge skal der ved lodtrækning nedsættes et udvalg på tre elever. Hvad er chancen for at udvalget kommer til at bestå af:

(1) 2 piger og 1 dreng (2) 3 piger (3) 1 pige og 2 drenge

6. Hvor er chancen størst?

Giv ved hjælp af KUGLE1 et bud på følgende chancer:

(1) Chancen for mindst 3 seksere i 10 terningkast

(2) Chancen for mindst 6 seksere i 20 terningkast.

7. En mesterskytte

En mesterskytte påstår at have en træfsikkerhed på 80%.

Hvad er chancen for at han får mindst 8 træffere i 10 skud?

Hvad er chancen for at han får mindst 16 træffere i 20 skud?

8. En stikprøvekontrol

Ved produktion af en vare har det vist sig at 20% af varerne er defekte. Find ved hjælp af KUGLE1 sandsynligheden for

(1) En stikprøve på 10 enheder indeholder højst 2 defekte

(2) En stikprøve på 20 enheder indeholder højst 4 defekte.

9. Fravær i skolen

En skolestatistik viser at i gennemsnit er ca. 10% af eleverne fraværende fra skole.

Hvad er chancen for at der er mindst 4 fraværende i en klasse med 20 elever?

Hvad er chancen for at der slet ikke er nogen fraværende?

10. Kvalitetsundersøgelser

Et vareparti kontrolleres ved stikprøveudtagning af 20 enheder. Hvis stikprøven indeholder højst 3 defekte enheder, godkendes partiet.

Hvad er chancen for at et vareparti med 10% defekte bliver godkendt?

Hvad er chancen for at et vareparti med 20% defekte bliver godkendt?

Hvad er chancen for at et vareparti med 5% defekte bliver godkendt?

11. En opgave fra 1711

I en afhandling fra 1711 finder man denne opgave: Hvad er chancen for at få mindst 2 seksere i et kast med 8 terninger? Løs den ved hjælp af KUGLE1.

12. Er terningen falsk?

Du laver en kvalitetskontrol af en terning: Du kaster terningen 10 gange. Hvis terningen ikke i de 10 kast har givet mindst én sekser, kasserer du den. Hvad er risikoen for at du kommer til at kassere en terning som i virkeligheden er god nok?

13. Lotto

I lotto udtrækkes 7 forskellige tal blandt tallene 1 til 36. Malene har udfyldt en lottorække ved at afkrydse 7 tal. Hvad er chancen for følgende:

(1) Malene rammer ikke nogen af de 7 udtrukne tal

(2) Malene rammer netop ét af de 7 tal

(3) Malene får gevinst, dvs. hun rammer mindst 4 af de 7 tal

14. Et lotteri

Sanne har købt 5 lodsedler i et lotteri som omfatter 25 sedler. Ved lodtrækning fordeles 3 gevinster blandt de 25 sedler.

Hvad er chancen for at Sanne vinder mindst én af gevinsterne?

Hvad er chancen for at hun ikke får nogen gevinst?

15. Mindst to seksere

Hvor mange terninger skal du kaste for at der er mindst 50% chance for at du får to seksere (eller flere)? Prøv dig frem ved hjælp af KUGLE1.

16. Lille chance, men mange forsøg

Sanne deltager i et spil hvor der kun er 1% chance for gevinst. Hvor mange spil skal hun udføre for at have 50% chance for en gevinst? Prøv dig frem ved hjælp af KUGLE1.

Toppen af tema