EMMA-Tema: Hvad er chancen? Brug KUGLE2!

Indhold

1. Modellen KUGLE2

I et spil skal du trække en seddel fra en æske. I æsken er der 50 sedler, og der er gevinst på 5 af dem. Den seddel du trækker, skal lægges tilbage i æsken før næste udtrækning.

Det koster 1 krone at trække en seddel fra æsken. Du spiller indtil du får gevinst i spillet.

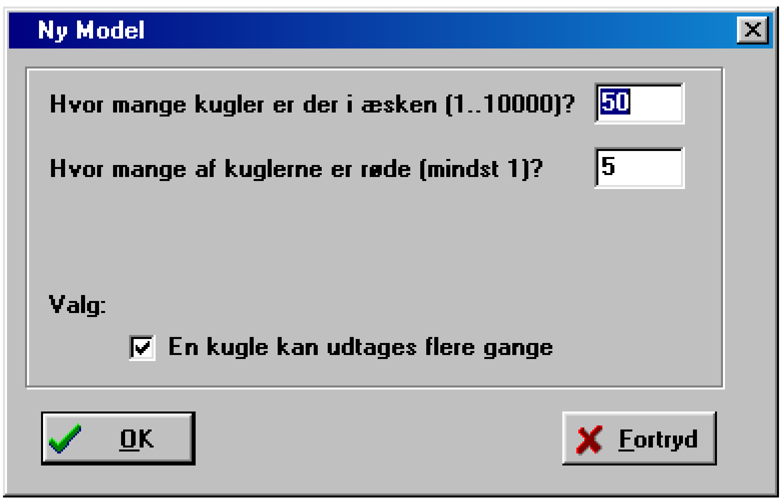
> *Hvor mange penge skal du mon bruge for at få en gevinst? Hvad er chancen for at du kan nøjes med 3 kroner? Eller 5 kroner? Hvad er risikoen for at du skal betale mere end 10 kroner før du udtrækker en seddel med en gevinst?*

Vi vil undersøge disse spørgsmål ved hjælp af programmet KUGLE2. Med dette program kan vi opstille en kuglemodel for den forelagte chancesituation.

I kuglemodellen i KUGLE2 er der lige som i KUGLE1 en æske med et antal kugler hvoraf nogle er røde. Fra æsken trækkes kugler, én ad gangen, indtil der udtrækkes en rød kugle. Programmet holder styr på hvor mange forsøg der skal til for at give en rød kugle.

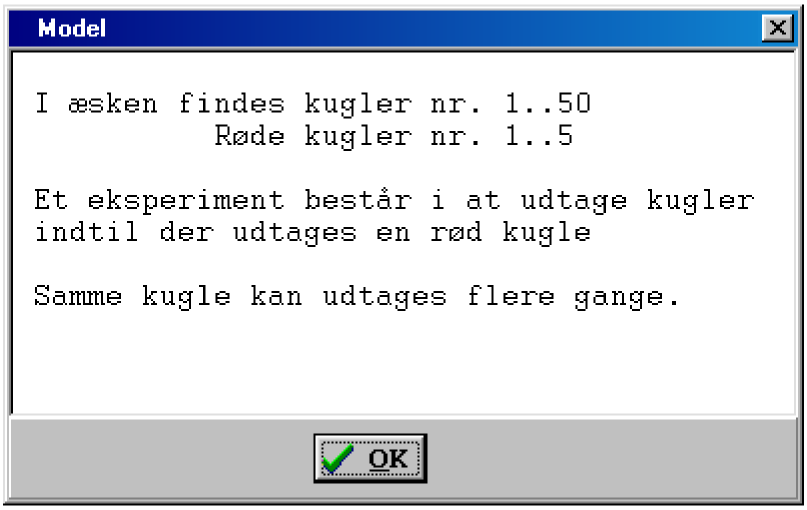
I KUGLE2 er vi altså interesseret i at vide hvor længe vi skal vente på at få den første røde kugle. Så snart den bliver udtrukket, standser spillet. Man kan sige at KUGLE2 er en "ventemodel", vi venter på den *første* røde kugle.

Gå ind i programmet KUGLE123 og vælg *Ny model.* Vælg derefter KUGLE2. På skærmen kan vi nu give oplysninger om den kuglemodel vi vil anvende.



Her har vi fortalt KUGLE2 hvad kuglesituationen er: Der er 50 kugler i æsken og 5 af dem er røde. Udtagelsen foregår *med* tilbagelægning: Samme kugle kan udtages flere gange.

Programmet giver os en meddelelse om hvilken kuglemodel vi har indtastet.



Denne model vil vi kort notere ved: K2(50,5,ja)

Det betyder at vi benytter KUGLE2 med 50 kugler hvoraf 5 røde, og samme kugle kan udtages flere gange.

Derefter giver programmet nogle muligheder vi kan vælge mellem. Vi vælger en *Prøvekørsel*.

KUGLE2 udtager nu kugler indtil der trækkes en rød kugle. Her er resultatet af en prøvekørsel:

```
Kugle-Model:

I æsken findes kugler nr. 1..50
          Røde kugler nr. 1..5

Et eksperiment består i at udtage kugler
indtil der udtages en rød kugle

Samme kugle kan udtages flere gange.

Prøvekørsel:
      13    42    14    49    21    38    25    16    27    24
      37    39    12     3
```

På skærmen vil du se at det sidste kuglenummer er rødt. Der skulle altså i dette tilfælde foretages 14 udtrækninger før der blev udtrukket en rød kugle.

Vi udfører endnu en prøvekørsel:

```
Kugle-Model:

I æsken findes kugler nr. 1..50
          Røde kugler nr. 1..5

Et eksperiment består i at udtage kugler
indtil der udtages en rød kugle

Samme kugle kan udtages flere gange.

Prøvekørsel:
      29    25     9    42    21    10    42    46     9    33
       6     9    14    41    22    41    23    26    24    17
      16    24    34     6    26    36    37     7    36     1
```

Her viser det sig at vi måtte foretage 30 udtagelser før vi fik en rød kugle.

En serie af eksperimenter

Vi går nu over til *Kørsel*. Vi lader KUGLE2 udføre 20 eksperimenter. Her er tallene fra de 20 eksperimenter:

```
Antal kugler der blev udtaget i de 20 eksperimenter

14      10       2       3       4      17       2       4      14       9
12      16      29      15       9       4       6       4       4       5
```

Vær opmærksom på at det vi ser på skærmen er *antallet af kugler* der måtte udtages før vi fik en rød kugle. I det første eksperiment fik vi altså en rød kugle i den fjortende udtagelse. I det næste eksperiment måtte vi foretage 10 udtagelser før vi fik en rød kugle, men derefter fik vi en rød kugle allerede i anden udtagelse.

Vi vælger nu *Oversigt*:

Oversigten fremlægges i en sumtabel. Af tabellen kan vi se at der var 5 af de 20 eksperimenter hvor vi fik en rød kugle allerede i første udtrækning.

Antal udtagne kugler	Antal eksperimenter	Antal i %	Kumuleret %
2	2	10.00	10.00
3	1	5.00	15.00
4	5	25.00	40.00
5	1	5.00	45.00
6	1	5.00	50.00
9	2	10.00	60.00
10	1	5.00	65.00
12	1	5.00	70.00
14	2	10.00	80.00
15	1	5.00	85.00
16	1	5.00	90.00
17	1	5.00	95.00
29	1	5.00	100.00

Udført i alt: 20 eksperimenter

Gennemsnit: Antal kugler pr. eksperiment: 9.15

I den højre kolonne i sumtabellen kan vi se at vi i 50% af eksperimenterne kunne klare os med at udtage op til 6 kugler for at få en rød kugle. Af vor korte serie kunne vi altså komme til det resultat at der er 50% chance for at vi kan klare os med at betale højst 6 kroner for at få gevinst i spillet.

Men vi skal være forsigtige med at udtale os på grundlag af blot 20 eksperimenter. Serien viser jo også at vi kunne komme ud for at skulle betale 29 kr. for at få gevinst.

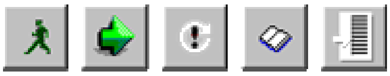
Den nederste linie i sumtabellen fortæller at vi i gennemsnit måtte udføre 9.15 kast for at få gevinst. Det kostede altså ca. 9 kr. i gennemsnit at få gevinst i spillet.

De ti knapper

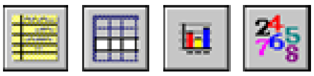
KUGLE2 er en del af programmet KUGLE123. De to andre programmer KUGLE1 og KUGLE3 har vi behandlet i andre EMMA-temaer.

De tre programmer er bygget op på samme måde, og vi vil her se på de ti knapper som kan anvendes i alle tre programmer. Hvis du allerede har arbejdet med Kugle1 vil du kende de 10 knapper derfra.


De to første knapper har med udprintningen at gøre. Første knap aktiverer printeren og du får udskrevet dine resultater. Anden knap giver dig mulighed for at du kan indtaste dit navn, så du kan finde din udskrift hvis den kommer ud på en fælles printer.



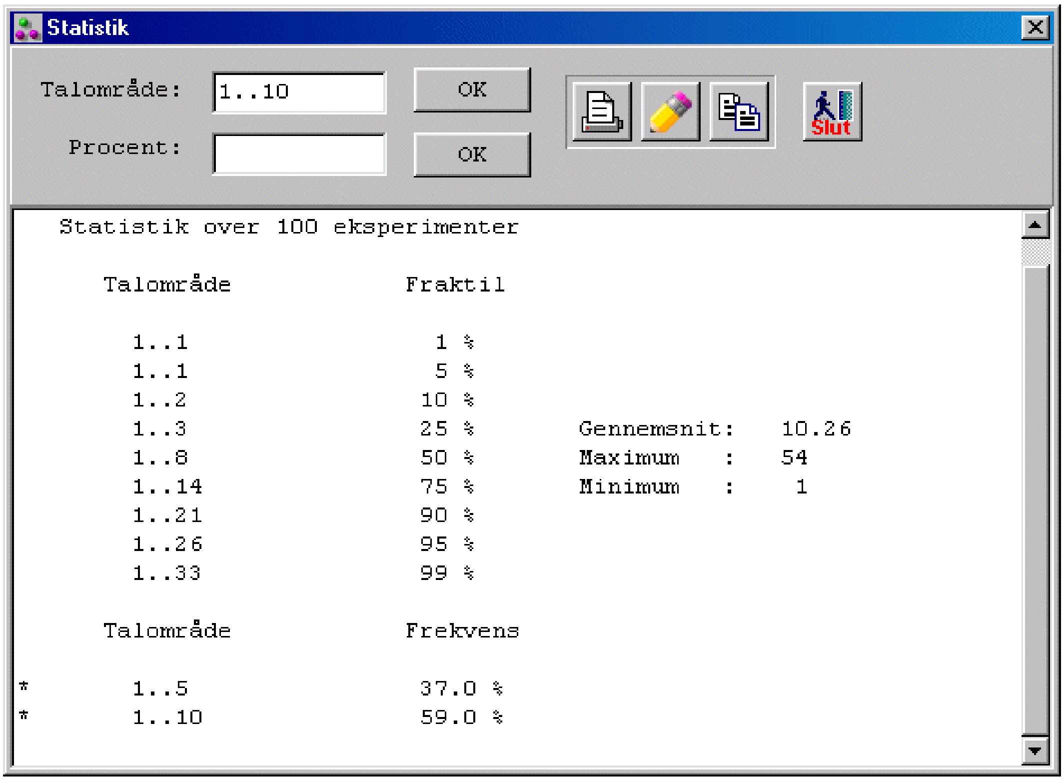
De fem næste knapper kan benyttes når du skal køre en kuglemodel. Den første giver dig mulighed for at sætte en kørsel i gang. - Den næste knap kan bruges når du vil fortsætte en kørsel, hvis du fx har kørt 100 eksperimenter, men gerne vil udvide med yderligere 400 eksperimenter. - Den tredje knap giver dig mulighed for at gentage en kørsel. Hvis du lige har kørt 100 eksperimenter, så kan du ved et tryk på denne knap køre 100 nye eksperimenter. Du får altså nye resultater, det er kun antallet af eksperimenter der gentages. - Den fjerde knap lader dig se den model du har indtastet. Hvis du kommer i tvivl undervejs, kan du blot klikke på denne knap. - Den sidste af de fem knapper bruges til at rette modellens inddata.



De fire sidste knapper har med resultaterne at gøre. Den første giver dig en oversigt i form af en sumtabel. – Den næste giver dig en liste over resultaterne fra de enkelte eksperimenter. – Den tredje viser dig et søjlediagram over resultaterne fra kørslen. – Den sidste knap giver dig mulighed for at få nogle værdifulde statistik-oplysninger fra den foretagne kørsel. Denne knap ser vi på i et eksempel.

Vi foretager nu en kørsel af en serie på 100 eksperimenter med modellen: K2(50,5,ja).

Vi springer oversigten over og går direkte til Statistik-knappen:



Til højre i vinduet ser vi at vi i gennemsnit måtte bruge 10.26 udtagelser for at få en rød kugle. Det højeste antal udtagelser der forekommer er helt oppe på 54. At det mindste antal er 1 er ikke så overraskende, det har vi allerede oplevet i den korte serie.

Af tabellen kan vi fx se at 50%-fraktilen (medianen) svarer til 8 udtagelser. Det vil sige at vi i 50% af eksperimenterne kunne klare os med op til 8 udtagelser for at få en rød kugle.

I talområde-feltet foroven har vi indtastet området 1..5. Programmet svarede med tallet: 37%. Det vil sige at vi i 37% af eksperimenterne kunne klare os med op til 5 udtagelser for at få en rød kugle. - Vi har derefter indtastet området 1..10 og får her svaret: 59% Det betyder at vi har 59% chance for at klare os med højst 10 udtagelser.

Prøv selv

1. Gå ind i KUGLE2 og indtast modellen K2(50,5,ja). Kontroller at programmet viser den rigtige model på skærmen.

   Gå derefter til knappen *Ny kørsel* og bed om 100 eksperimenter. Klik på Oversigt-knappen.

2. Undersøg hvad chancen er for at du kan nøjes med 3 udtagelser for at få en rød kugle. Og besvar følgende spørgsmål:

   Hvad er chancen for at du kan klare dig med 5 udtagelser?

Hvad er chancen for at du kan klare dig med 10 udtagelser?

Hvad er risikoen for at du skal bruge mere end 20 udtagelser?

3. Foretag en ny kørsel, denne gang med 500 eksperimenter. Besvar igen spørgsmålene om hvad de forskellige chancer er. Print oversigten ud. Klik på Graf-knappen og print grafen ud.

4. *Gentag*. Klik på Gentag-knappen. Print den nye oversigt. Undersøg om den er meget forskellig fra den du allerede har printet. Print også den nye graf og sammenlign med den tidligere.

5. *Udtagelse uden tilbagelægning*. Afprøv modellen K2(50,5,nej): Udfør 100 eksperimenter og se på oversigtens sumtabel. Hvad er nu chancen for at du kan klare dig med 3 udtagelser? Med 5 udtagelser? Og hvad er risikoen for at du må bruge mere end 10 udtagelser? Mere end 20 udtagelser?

6. Hvad er det største antal udtagelser der vil kunne forekomme når du kører modellen K2(50,5,nej)?

   Prøv at køre 1000 eksperimenter og undersøg hvor store antal udtagelser der forekommer.

Toppen af tema

2. Vi kaster terning

I et terningspil skal man slå en ener for at få en brik i spil. Hvad er chancen for at man klarer sig med 3 kast? Med 5 kast? Hvad er risikoen for at man skal bruge mere end 10 kast?

Vi undersøger disse spørgsmål ved hjælp af KUGLE2. Vi kan her benytte kuglemodellen

K2 (6, 1, ja).

Den svarer til at der er 6 kugler i æsken, én for hver af de 6 mulige øjental på terningen. En af æskens kugler er rød, den svarer til at vi kaster en ener.

Vi foretager først en prøvekørsel af modellen. Den giver følgende resultat:

```
Kugle-Model:

I æsken findes kugler nr. 1..6
   Den røde kugle har nr. 1

Et eksperiment består i at udtage kugler
indtil den røde kugle udtages

Samme kugle kan udtages flere gange.

Prøvekørsel:
       4     5     5     2     5     3     3     1
```

I den ottende udtagelse kom den røde kugle ud.

Vi lader nu KUGLE2 køre 50 eksperimenter. Her er oversigten over resultaterne:

Antal udtagne kugler	Antal eksperimenter	Antal i %	Kumuleret %
1	5	10.00	10.00
2	3	6.00	16.00
3	4	8.00	24.00
4	6	12.00	36.00
5	4	8.00	44.00
6	4	8.00	52.00
7	5	10.00	62.00
8	2	4.00	66.00
9	4	8.00	74.00
10	6	12.00	86.00
11	2	4.00	90.00
12	3	6.00	96.00
19	1	2.00	98.00
35	1	2.00	100.00

Udført i alt: 50 eksperimenter

Gennemsnit: Antal kugler pr. eksperiment: 7.00

Af oversigten ser vi at vi kunne klare os med højst 3 udtagelser i 24% af eksperimenterne. I spillesituationen betyder det at vi har 24% chance for at få en brik i spil i løbet af 3 kast.

Vi ser også at vi kunne klare os med højst 5 udtagelser i 44% af eksperimenterne. Endvidere ser vi af oversigten at vi i syv eksperimenter måtte bruge mere end 10 udtagelser. Det svarer til at der er en risiko på 14% for at vi i spillet skal kaste mere end 10 gange for at få en brik i spil.

Nederst på oversigten ser du at der i gennemsnit skulle udtages 7 kugler for at udtrække en rød kugle. Du kan altså regne med at du i gennemsnit skal udføre ca. 7 kast for at få den ønskede ener.

Det kan nok ikke overraske. Der er jo 6 muligheder ved et terningkast, og du kan kun bruge én af dem. Men selv om du i gennemsnit skal bruge over 6 kast, ser du af oversigten at der er store chancer for at du kan klare dig med mindre. - På den anden side kan du også komme ud for at skulle udføre mere end 25 kast, selv om du i gennemsnit altså kun skulle bruge omkring 7.

Prøv selv

1. Lad KUGLE2 udføre 100 eksperimenter med modellen K2(6,1,ja). Giv herefter dit bud på følgende sandsynligheder fra terningspillet:

1. Chancen for at du kan klare dig med 3 kast
2. Chancen for at du kan klare dig med 5 kast
3. Risikoen for at du skal bruge mere end 10 kast.

2. I et terningspil får man en brik i spil hvis man kan slå en ener eller en toer. Giv ved hjælp af en K2-kuglemodel et bud på følgende sandsynligheder:

1. Chancen for at man kan få en brik i spil med højst 2 kast
2. Chancen for at man kan få en brik i spil med højst 4 kast
3. Chancen for at man skal bruge mere end 5 kast.

Hvor mange kast skal du i gennemsnit regne med for at få en brik i spil?

Toppen af tema

---

3. Anvend KUGLE2 ved løsning af chanceproblemer

1. Et lykkehjul

Malene vil spille på et lykkehjul i Tivoli. Lykkehjulet har 24 numre, og Malene spillet i hvert spil på 5 af numrene.

Undersøg ved hjælp af en kuglemodel hvad chancen er for at Malene vinder i løbet af de første 3 spil.

Og hvad er chancen for at hun vinder i løbet af de første 5 spil?

Hvad er risikoen for at hun ikke vinder i løbet af de første 10 spil?

2. Udtræk et es

Fra et sæt spillekort på 52 kort udtages et kort ad gangen indtil der udtages et af de fire esser. Udtagelsen foretages uden tilbagelægning.

Find ved hjælp af en kuglemodel sandsynligheden for at der skal udtages over 10 kort for at få et es. Og find sandsynligheden for at der ikke skal udtages mere end 5 kort for at få et es.

3. Er det bedst at være først?

I en pose er der tre hvide og én rød kugle. Sanne og Malene udtager på skift en kugle fra posen, uden tilbagelægning. Den der udtager den røde kugle har vundet.

Sanne giver Malene lov til at trække først. Find ved hjælp af en kuglemodel sandsynligheden for at det bliver Malene der vinder spillet.

4. Nu er der 10 kugler

Undersøg spillet fra opgave 3 i den situation hvor posen indeholder 9 hvide og én rød kugle.

5. Find den rigtige nøgle

Du har en nøglering med 7 nøgler. Kun én af nøglerne passer til låsen.

Du udvælger tilfældigt én nøgle ad gangen og prøver indtil du får gevinst.

Hvad er chancen for at du kan klare dig med 3 forsøg hvis afprøvningen foregår „med tilbagelægning“?

Hvad er chancen for at du kan klare dig med 3 forsøg hvis afprøvningen foregår „uden tilbagelægning“?

Hvor mange forsøg skal du i gennemsnit regne med at udføre i de to situationer for at finde den nøgle der passer til låsen?

6. Udvælg et primtal
I talområdet 1..100 er der 24 primtal. Du udvælger tal fra talområdet, ét ad gangen, indtil du får et primtal. Udvælgelsen foregår ved lodtrækning uden tilbagelægning.

Hvad er chancen for at du kan nøjes med at tage 3 tal? Hvad er risikoen for at du skal udtage mindst 7 tal for at få et primtal?

7. Roulette
Du spiller på en roulette hvor der er 37 mulige resultater: 0..36. I hvert spil sætter du din indsats på dit lykketal nr. 13.

Find ved hjælp af en kuglemodel:
1. Chancen for at dit lykketal kommer ud i løbet af de første 10 spil.
2. Chancen for at dit lykketal kommer ud i løbet af de første 20 spil.
3. Risikoen for at dit lykketal ikke kommer ud i løbet af de første 50 spil.

8. Toldeftersyn
I tolden bliver 10% af de rejsende udvalgt til et nærmere toldeftersyn.

I løbet af en sæson passerer du tolden 10 gange. Hvad er chancen for at du ikke nogen af de 10 gange bliver udvalgt til toldeftersyn?

9. Hvornår kommer sedlen ud?
I et lotteri er der 20% chance for at din lotteriseddel bliver udtrukket.

Beregn ved hjælp af en kuglemodel:
1. Chancen for at din seddel kommer ud i løbet af 3 lotterier.
2. Chancen for at din seddel kommer ud i løbet af 6 lotterier.
3. Risikoen for at din seddel ikke kommer ud i løbet af 10 lotterier.

10. To seksere
I et kast med to terninger er der en chance på 1/36 for at få to seksere.

Beregn ved hjælp af en kuglemodel:
1. Chancen for at få "To seksere“ i løbet af de første 10 kast.
2. Chancen for at få "To seksere“ i løbet af de første 18 kast.
3. Risikoen for ikke at få "To seksere“ i løbet af de første 36 kast.

11. To par
I et kast med 5 terninger er der en sandsynlighed på 23% for at få „To par“, som fx 35653.

Beregn ved hjælp af en kuglemodel:

1. Chancen for at få „To par“ i løbet af de første 3 kast.
2. Chancen for at få „To par“ i løbet af de første 5 kast.
3. Risikoen for ikke at få „To par“ i løbet af 10 kast.

12. Fuldt hus
I et kast med 5 terninger er der en sandsynlighed på 4% for at få „Fuldt hus“, som fx 22333.

Beregn ved hjælp af en kuglemodel:

1. Chancen for at få „Fuldt hus“ i løbet af de første 10 kast.
2. Chancen for at få „Fuldt hus“ i løbet af de første 20 kast.
3. Risikoen for ikke at få „Fuldt hus“ i løbet af 50 kast.

13. To ens
Hvad er chancen for at et kast med to terninger giver to ens øjental?

Beregn dernæst ved hjælp af en kuglemodel:

1. Chancen for at få "To ens“ i løbet af de første 5 kast.
2. Risikoen for ikke at få "To ens“ i løbet af 10 kast.

14. Tombola
I en tombola er der 1000 sedler, hvoraf 50 med gevinst. Hvad er chancen for at du får mindst én gevinst hvis du køber:

1. 10 sedler 2. 20 sedler 3. 30 sedler

4. 40 sedler 5. 50 sedler 6. 100 sedler.

15. En fifty-fifty chance
I et spil er der 5% chance for gevinst. Hvor mange spil skal du deltage i for at have 50% chance for at få en gevinst? Prøv dig frem ved hjælp af KUGLE2.

16. Hvornår bliver cyklen stjålet?
I et boligkvarter bliver 18% af cyklerne stjålet inden for en periode på et år.

Hvad er chancen for at en cykel kan overleve 5 år uden at blive stjålet?

17. Kontrol i S-toget
I S-togene foretages der stikprøvekontrol af billetterne. Til kontrollen udtages 5% af de rejsende.

Hvad er sandsynligheden for at du ikke kommer ud for en kontrol i løbet af de næste 10 ture du tager med S-tog?

Og hvad er sandsynligheden for at du ikke kommer ud for en kontrol i løbet af 50 ture?

18. Skolebørn kommer til skade
Af Danmarks skolebørn kommer hvert skoleår 10% til skade i klasseværelset, i skolegården eller på vej til og fra skole.

Beregn ved hjælp af en kuglemodel:

1. Chancen for at ingen af eleverne i en klasse på 15 elever kommer til skade i løbet af næste skoleår.

2. Chancen for at ingen af eleverne i en klasse på 20 elever kommer til skade i løbet af næste skoleår.

19. Hastighedskontrol
Chancen for at en bilist der kører ad motorvejen fra København til Helsingør kommer ud for en af politiets hastighedskontroller er 2%.

Hvor mange ture skal bilisten foretage mellem de to byer for at der er 50% chance for at han kommer ud for en hastighedskontrol mindst én gang?

Toppen af tema

---

4. Sjældne hændelser

Ved hjælp af KUGLE2 vil vi se på sjældne hændelser og deres forekomst over en tidsperiode. Det kan fx dreje sig om at få en stor gevinst i klasselotteriet. Hvor mange år vil der gå før den samme seddel kommer ud igen? Kan det betale sig at spille videre på en seddel som lige har fået en stor gevinst?

En sjælden hændelse kan også være noget ubehageligt. En sjælden ulykke er lige indtruffet. Hvornår kan det frygtes at den indtræffer igen?

Megen overtro knytter sig til forekomsten af sjældne hændelser: *"Når en sjælden hændelse lige er indtruffet, så må det vare længe inden den forekommer igen."* Det er denne overtro der giver sig udslag i rådet om at man i et tordenvejr bør søge ly under et træ som tidligere er blevet ramt af lynet. Træet har jo allerede været udsat for den sjældne hændelse som et lynnedslag er, derfor vil det nu være et ret sikkert tilflugtssted! Hvad mener du om det?

Vi anvender KUGLE2

Vi vil ved hjælp af kuglemodeller se nærmere på de sjældne hændelser. Lad os først undersøge en hændelse som har en chance (eller risiko) på 5% for at forekomme inden for en bestemt tidsperiode, fx en periode på 1 år. Ved anvendelse af KUGLE2 vil vi nu undersøge denne hændelse nærmere.

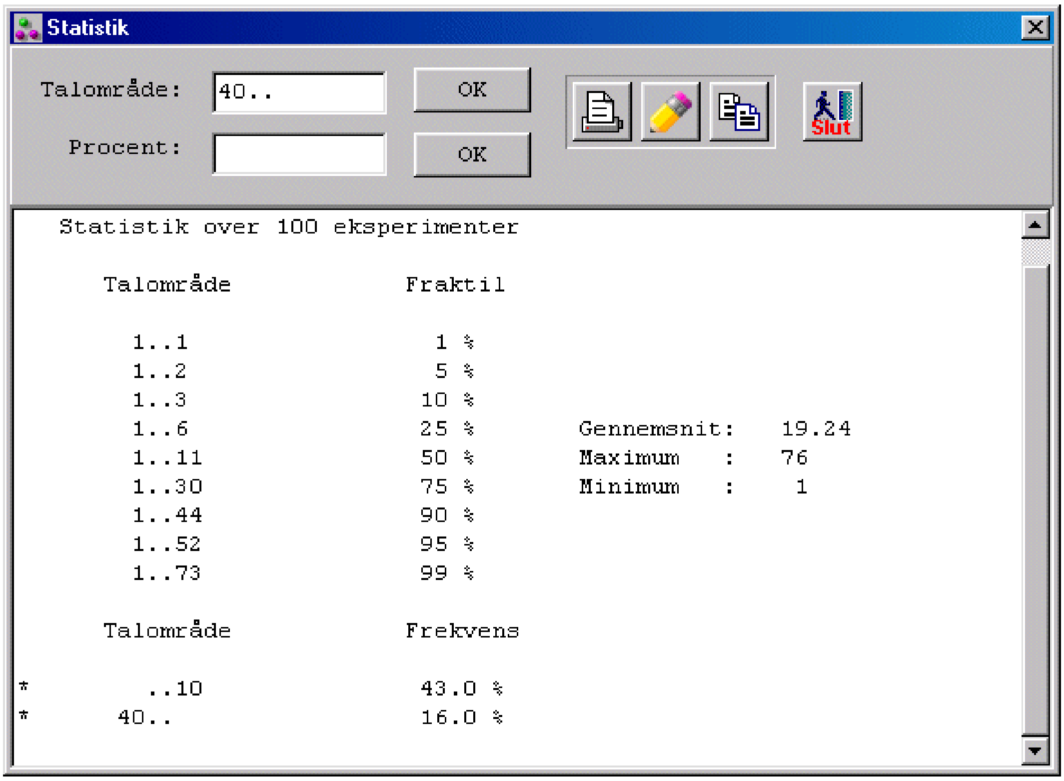
En sandsynlighed på 5% svarer til 1 mulighed ud af 20. Vi kan derfor vælge en kuglemodel med 20 kugler, hvoraf der er én rød kugle. Kugleudtagelsen foregår med tilbagelægning, således at der ved hver udtagelse er en chance på 5% for at trække en rød kugle.

Kuglemodellen afspejler den forelagte chancesituation på følgende måde: Hver kugleudtagelse svarer til at vi ser på et tidsforløb på et år. Hvis den udtagne kugle er rød, forekommer den sjældne hændelse inden for det pågældende år. Hvis den udtrukne kugle ikke er rød, forekommer hændelsen ikke i det betragtede år.

I aviser kan man se en hændelse der har en chance på 5% for at forekomme inden for et år, omtalt som en hændelse der forekommer en gang for hver 20 år. Vi vil nu se hvor meget hold der er i det.

Vi lader KUGLE2 udføre 100 eksperimenter med den opstillede model K2(20, 1, ja).

Her er resultaterne fra kørslen som vi finder dem ved Statistik-knappen:



Til højre i oversigten ser vi at gennemsnittet af udtagelser i de 100 eksperimenter er 19.24 Det svarer til at den sjældne hændelse i gennemsnit forekommer med ca. 19 års mellemrum. Vi ser også at 50%-fraktilen er 11, dvs. i halvdelen af eksperimenterne er den sjældne hændelse indtrådt i løbet af 11 år.

Men der er store variationer i antallet af år vi måtte vente på den sjældne hændelse: Fra 1 år op til 76 år.

I ti eksperimenter indtraf den sjældne hændelse allerede i løbet af de første tre år. Og i fem tilfælde måtte vi vente i mere end 52 år før hændelsen indtraf!

Den forventede periode

En hændelse der har en chance på 5% - altså 1 ud af 20 - for at forekomme inden for et år, kan forventes at forekomme i gennemsnit én gang for hver 20 år. Dette kalder vi den *forventede periode* for hændelsens forekomst. I vore 100 eksperimenter så vi at den gennemsnitlige ventetid var 20.08, altså næsten lig med den forventede periode. En ny kørsel af 100 eksperimenter vil nok give et resultat der afviger lidt fra tallet 20.. Afvigelser på op til 10% fra den forventede periode vil være helt almindelige ved kørsler der ikke omfatter mere end 100 eksperimenter.

Ved hjælp af Statistik-knappen har vi beregnet hvad chancen er for at vi kan klare os med højst 10 eksperimenter, og hvad risikoen er for at vi må bruge mindst 40 eksperimenter. Vi ser at 43% af eksperimenterne krævede 10 udtagelser eller derunder. Det svarer til at den sjældne hændelse i 43% af tilfældene indtraf allerede inden for de første 10 år, altså inden for den første halvdel af den forventede periode.

Vi ser også at 16 af eksperimenterne krævede mindst 40 udtagelser. Det betyder at i 16% af tilfældene, måtte vi vente mindst 40 år på at den sjældne hændelse indtraf. Vi måtte altså i 16% af tilfældene vente længere end det dobbelte af den forventede periode.

Disse resultater er typiske for forekomsten af sjældne hændelser. Hvis en sjælden hændelse forventes at forekomme i gennemsnit 1 gang for hver 20 år, så er der:

Ca. 40% chance for at hændelsen forekommer inden for de første 10 år, altså inden for første halvdel af den forventede periode.

Ca. 15% chance for at hændelsen først forekommer efter forløbet af 40 år, altså efter det dobbelte af den forventede periode.

Disse kendsgerninger vil vi kalde *„40-15 reglen for sjældne hændelser“:*

40-15 reglen:
Der er ca. 40% chance for at den sjældne hændelse indtræffer allerede inden for den første halvdel af den forventede periode.

Der er ca. 15% chance for at den sjældne hændelse først indtræffer efter forløbet af det dobbelte af den forventede periode.
Ved vurderingen af sjældne hændelsers forekomster kan denne regel være en god hjælp.

Er modellen den rigtige?
Når vi her har belyst sjældne hændelsers forekomst ved anvendelse af kuglemodeller, er der alene tale om hændelser som kan beskrives på passende vis ved modeller af denne art. Det vil sige at hændelsens forekomst bestemmes ved udtagelse af kugler, og ved hver enkelt udtagelse er der samme chance for at den pågældende hændelse indtræffer. Der er altså ikke tale om situationer hvor chancen for at den betragtede hændelse indtræffer ændrer sig fra udtagelse til udtagelse.

Det kan ikke altid umiddelbart afgøres om hverdagens sjældne hændelser kan beskrives ved den slags kuglemodeller. Ved ulykker der forårsages af personers træthed eller af materialers nedslidthed, kan det vel tænkes at risikoen for ulykkens forekomst bliver større og større for hver tidsenhed der forløber. Der må derfor som altid hvor der gøres brug af matematiske modeller, foretages overvejelser over modellens rimelighed før den anvendes på den praktiske situation.

Toppen af tema

---

5. Opgaver vedrørende sjældne hændelser

1. Et større antal eksperimenter

Lad KUGLE2 udføre 500 eksperimenter med modellen

K2(20, 1, ja)

Undersøg om resultaterne stemmer med „40-15 reglen“.

2. Én gang pr. 10 år

Undersøg ved hjælp af en kuglemodel forekomsten af en sjælden hændelse som i gennemsnit forekommer én gang for hver 10 år.

Undersøg om resultaterne også her stemmer med „40-15 reglen“.

3. Én gang pr. 50 år

Undersøg ved hjælp af en kuglemodel forekomsten af en sjælden hændelse som i gennemsnit forekommer én gang for hver 50 år.

Undersøg om resultaterne stemmer med „40-15 reglen“.

4. Én gang pr. 100 år

Undersøg ved hjælp af en kuglemodel forekomsten af en sjælden hændelse som i gennemsnit forekommer én gang for hver 100 år.

Undersøg om resultaterne stemmer med „40-15 reglen“.

5. Den sjældne hændelse indtræffer tidligt

Undersøg ved hjælp af kuglemodeller chancen for at en sjælden hændelse allerede indtræffer inden for den første fjerdedel af den forventede periode.

Og undersøg chancen for at den sjældne hændelse allerede indtræffer inden for den første tiendedel af den forventede periode.

6. En meget sjælden hændelse

En sjælden hændelse er vurderet til at ville indtræffe 1 gang for hver 1000 år.

Hvad er chancen for at den indtræffer i løbet af de første 100 år? - Hvad er chancen for at det varer mere end 2500 år inden den indtræffer?

7. Tre seksere

I et kast med tre terninger er chancen for „3 seksere“ 1 ud af 216.

Hvad er chancen for at du kan slå „3 seksere“ i løbet af 25 kast?

Hvad er risikoen for at du må kaste mere end 100 kast før du får „3 seksere“?

Hvor mange kast skal du udføre for at have 50% chance for at få „3 seksere“?

8. En ulykke på et atomkraftværk
På de amerikanske atomkraftværker blev en ulykke af en bestemt type vurderet til at ville indtræffe i gennemsnit 1 gang for hver 2000 driftsår. Nu indtraf den første ulykke af denne art allerede da reaktorerne havde en samlet driftstid på 400 år.

Undersøg ved en kuglemodel hvad sandsynligheden er for at en ulykke indtræffer så tidligt.

Har eksperternes risikovurdering efter din mening været forkert?

9. Yatzy
Sandsynligheden for at slå Yatzy, dvs. „5 ens“ i et kast med fem terninger er 1 ud af 1296.

Hvad er din chance for at slå Yatzy i løbet af 100 kast med fem terninger?

Hvad er din chance for at slå Yatzy i løbet af 200 kast?

Hvad er risikoen for at du skal bruge mere end 500 kast for at få Yatzy?

10. Den mest sjældne hændelse
I KUGLE2 kan du arbejde med en kugleæske der indeholder op til 10 000 kugler. Den „mest sjældne hændelse“ du kan lade KUGLE2 køre med er derfor en hændelse der har en sandsynlighed på kun 1 ud af 10 000 for at indtræffe. - Kør denne hændelse ved hjælp af KUGLE2 og undersøg om „40-15 reglen“ også stemmer for denne sjældne hændelse.

11. Enarmet tyveknægt
På en spilleautomat har du en chance på 3 ud af 8000 for at få den store gevinst, *jackpot.*
Undersøg ved hjælp af en kuglemodel:

1. Chancen for jackpot i løbet af 500 spil.
2. Chancen for jackpot i løbet af 1000 spil.
3. Risikoen for ikke at få jackpot i 2000 spil.

To maskiner af denne slags er opstillet ved siden af hinanden. På den ene er der spillet 100 spil siden sidste jackpot, på den anden er der spillet 5000 spil siden sidste jackpot.

Hvilken maskine ville du vælge at spille på? Hvorfor?

12. Kommer ulykker ofte 3 ad gangen?
Vi har ladet KUGLE2 efterligne modellen K2(100,1,ja). Den giver et billede af en hændelse, fx en ulykke, som forekommer i gennemsnit 1 gang for hver 100 år.

Her er en oversigt over resultaterne fra 100 eksperimenter.
Antal kugler der måtte udtages for at få en rød kugle:

155	75	204	12	92	26	163	80	67	255
184	47	26	**12**	**22**	73	62	17	277	149
123	35	4	175	47	104	40	26	126	23
73	51	222	169	21	103	250	28	157	16
118	9	113	309	418	182	5	590	59	203
354	8	88	54	56	202	167	90	28	261
50	50	14	114	64	112	107	56	**8**	**21**
35	44	10	76	49	69	36	**24**	**14**	162
42	89	91	7	134	229	146	307	218	31
63	**4**	**7**	109	52	129	52	356	18	41

Første gang indtræffer ulykken efter 155 år, næste gang efter 75 år, så går der 204 år før den indtræffer, men derefter går der kun 12 år før ulykken indtræffer igen.

Nogle gange sker det at der kun går kort tid mellem to forekomster af ulykken. Lad os sige, at „kort tid“ betyder en fjerdedel af den forventede periode, altså 25 år.

Undertiden sker det imidlertid at to tal i træk begge er under 25. Det er disse situationer vi har fremhævet i oversigten.

I det første af de understregede tilfælde er der 12 år mellem to forekomster af ulykken, og dernæst går der kun 22 år inden den forekommer igen:

|__________12 år__________|__________22 år__________|
1. forekomst 2. forekomst 3. forekomst

dvs. at ulykken forekommer 3 gange inden for blot 34 år.

Da man véd at der i gennemsnit vil gå ca. 100 år mellem to forekomster af ulykken, kan det overraske at der nu er 3 forekomster på bare 34 år.

Den slags overraskende resultater lægger man mærke til, og på grundlag af sådanne observationer kan det kendte ordsprog være opstået:

Ulykker kommer ofte 3 ad gangen!

Af oversigten kan du se at der er fire tilfælde, hvor vi har en sammenklumpning af tre ulykker. Fire i løbet af 100 eksperimenter er jo ikke mange, men netop fordi disse sammenklumpninger virker overraskende, bliver man opmærksom på dem.

Undersøg sagen ved hjælp af KUGLE2

Er der grund til at undre sig over sådanne sammenklumpninger? Lad KUGLE2 give dig et større materiale at se på:

1. Kør nogle gange 100 eksperimenter med kuglemodellen K2(100, 1, ja). Udskriv resultaterne, og undersøg hvor ofte der forekommer en sammenklumpning af 3 ulykker (dvs. to tal i træk som begge er under 25).
2. Se på en ulykke der forekommer i gennemsnit 1 gang for hver 200 år:

Lad KUGLE2 køre 100 eksperimenter. Tæl op hvor tit der her forekommer sammenklumpninger af 3 ulykker. Husk at sammenklumpning her betyder to tal i træk, som begge er under 50.

3. Kør nogle andre kuglemodeller, hvor du selv bestemmer hvor sjælden den betragtede ulykke skal være.

Undersøg også her hvor tit der er sammenklumpninger af 3 ulykker.

4. Hvilke kommentarer har du til ordsproget: „Ulykker kommer ofte 3 ad gangen“. Er der noget om snakken?

Toppen af tema