

Hvad er chancen? Brug LOD

Indhold

1. Fødselsdage
2. Mere om fødselsdage
3. Bilnumre og chancer
4. Et spil med terninger
5. Nabotal i Lotto
6. Hvor stor bliver gevinsten?
7. Et besøg i Chanceland
8. Et spil med mønter
9. Mønstre
10. Er det tilfældigt?

Kommentarer til arbejdet med LOD.

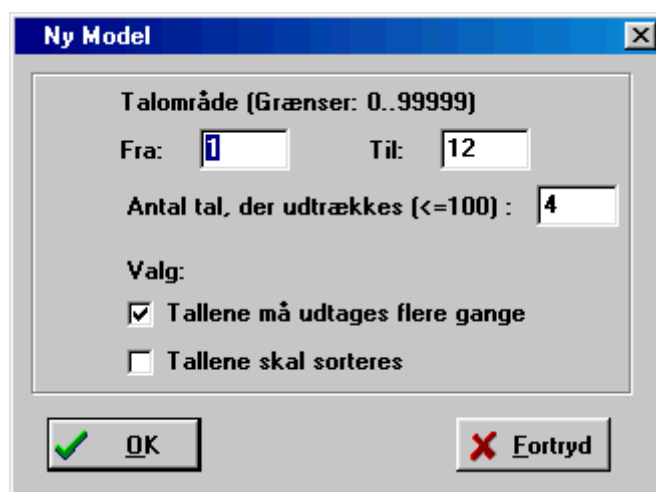
1. Fødselsdage

De 24 elever i Sannes klasse arbejder sammen i seks firemandsgrupper. I Sannes gruppe opdager man at to af deltagerne har fødselsdag i samme måned. Det viser sig at der også i en af de andre grupper findes to deltagere der har fødselsdag i samme måned. Er det mon et mærkeligt træf, eller er det noget der bør ske efter "tilfældighedens lov"?

Sanne og hendes kammerater vil undersøge situationen ved hjælp af lodtrækning. De vil ved lodtrækning fordele 4 fødselsdage tilfældigt på årets 12 måneder, og så vil de undersøge hvor tit det sker at der er to fødselsdage der falder i samme måned.

I arbejdet bruger de edb-programmet LOD som kan udtrække tilfældige tal. Du kan forestille dig at LOD foretager en lodtrækning mellem de forelagte tal. Hvis vi udfører den samme lodtrækning flere gange, vil vi få forskellige resultater. Men hvis vi udfører et stort antal af lodtrækninger kan vi måske alligevel få nogle vigtige oplysninger.

Vi ser nu på hvordan Sanne og hendes gruppe kan gøre brug af LOD.



Ny Model

Talområde (Grænser: 0..99999)

Fra: 1 Til: 12

Antal tal, der udtrækkes (<=100): 4

Valg:

☒ Tallene må udtages flere gange

☐ Tallene skal sorteres

OK Fortryd

Vi går ind i LOD og vælger *Ny model*. Vi fortæller derefter at der arbejdes med tal i området fra 1 til 12, det svarer jo til de 12 måneder i året. Endvidere fortæller vi LOD at der skal udtrækkes 4 tal. Vi fortæller også at samme tal kan udtages flere gange. Man siger at udtrækningen foregår "*med tilbagelægning*". Forestil dig at vi udtrækker sedler fra en æske. Når en seddel med et tal er udtrukket, lægges den tilbage i æsken således at den har mulighed for at blive udtrukket igen.

Programmet svarer nu med at gengive den model vi har valgt. Vi kan her kontrollere at det er den model vi havde tænkt os at arbejde med.



Vi vælger nu menupunktet *Kørsel*. Programmet spørger hvor mange eksperimenter vi vil have udført, og vi vælger i første omgang blot at få kørt 5 eksperimenter. Hvis vi kun vil se et enkelt eksempel, kunne vi have valgt *Prøvekørsel*.

Her er resultaterne fra kørslen af de 5 eksperimenter:

- 1. eksperiment: 3 7 6 8
- 2. eksperiment: 4 3 10 10
- 3. eksperiment: 8 6 1 6
- 4. eksperiment: 5 9 5 5
- 5. eksperiment: 6 5 11 10

I det første eksperiment er der udtaget fire forskellige tal, dvs. der er udtaget fire forskellige måneder. I den første elevgruppe er der altså ikke to der har fødselsdag i samme måned.

I eksperiment 2, 3 og 4 forekommer der to ens tal. I hver af de tre grupper er der to elever med fødselsdag i samme måned.

I eksperiment 5 er der igen fire forskellige tal.

I 3 ud af de 5 elevgrupper er der altså to elever der har fødselsdag i samme måned. 3 ud af 5 svarer til 60%. I 60% af tilfældene ser vi at der i gruppen er to elever med fødselsdag i samme måned.

Men heraf kan vi selvfølgelig ikke give noget særligt solidt bud på hvad den ukendte chance er for at der vil være to elever med fødselsdag i samme måned. Der må et større materiale til.








Hjælp ved optællingen

I programmet er indbygget en hjælp til optællingen af de interessante tilfælde. Det vil vi vise ved et eksempel hvor vi kører 10 eksperimenter.

Øverst i menuen findes to felter hvor der kan afmærkes at vi søger efter *Nabotal* eller at vi søger efter *Dubletter*.

Vi er interesseret i at finde dubletter, dvs. at samme tal forekommer flere gange. Først går vi ind i Ny model og beder om at tallene sorteres efter størrelse. Det er en betingelse for at programmet kan hjælpe os med optællingen. Vi klikker derefter i feltet for dubletter.

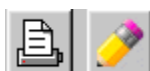
Her følger så resultatet af kørslen af 10 eksperimenter:

Lod Version 270103				
Filer Rediger Prøvekørsel Kørsel Usikkerhedsinterval Hjælp				
<div>        </div> <div> <input type="checkbox"/> Nabotal <input type="checkbox"/> Talliste </div> <div> <input checked="" type="checkbox"/> Dubletter <input type="checkbox"/> Mønster </div>				
1:	5	7	7	4
2:	12	3	8	3
3:	8	11	11	6
4:	12	1	11	1
5:	12	4	6	1
6:	10	12	3	4
7:	10	2	2	9
8:	8	8	10	6
9:	11	10	1	7
10:	2	11	8	4

På skærmen kan vi tydeligt se hvor samme tal forekommer flere gange. Det sker i eksperiment nr. 1, nr. 3, nr. 7 og nr. 8. Tre af de 10 eksperimenter giver altså dubletter. Det vil sige at vi her har fået dubletter i 30% af eksperimenterne. Før fik vi det i 60%. Der må nok et større materiale til, før vi kan udtale os lidt mere sikkert om den ukendte chance.

Programmets knapper

Inden du går i gang med at bruge LOD skal vi kort kommentere de knapper du finder øverst på skærmen. Der er i alt 7 knapper.



De to første knapper har med udprintningen at gøre. Første knap aktiverer printeren og du får udskrevet dine resultater. Anden knap giver dig mulighed for at du kan indtaste dit navn, så du kan finde din udskrift hvis den kommer ud på en fælles printer.



De fire næste knapper kan benyttes når du skal køre en model. Den første giver dig mulighed for at sætte en kørsel i gang. - Den næste knap kan bruges når du vil fortsætte en kørsel, hvis du fx har kørt 100 eksperimenter, men gerne vil udvide med yderligere 400 eksperimenter. – Den tredje knap giver dig mulighed for at gentage en kørsel. Hvis du lige har kørt 100 eksperimenter, så kan du ved et tryk på denne knap køre 100 nye eksperimenter. Du får altså nye resultater, det er kun antallet af eksperimenter der gentages. – Den sidste af de fire knapper lader dig se den model du har indtastet. Hvis du kommer i tvivl undervejs, kan du blot klikke på denne knap.



Den sidste knap kan du bruge når du skal give inddata til en ny model. Altså når du skal fortælle hvilke tal der kan udtrækkes, og om der er tale om at samme tal kan udtrækkes flere gange.

Prøv selv

1. Gå ind i LOD. Fastlæg modellen som før, men husk at bede om at tallene sorteres. Klik på feltet for Dubletter. Kør 20 eksperimenter med LOD og tæl op hvor mange af de 20 elevgrupper der indeholder to elever med fødselsdag i samme måned. Hvad er nu dit bud på den ukendte chance?
2. Kør yderligere 30 eksperimenter og lav en samlet optælling for alle 50 eksperimenter. Giv igen et bud på chancen for at der i en firemandsgruppe er to med fødselsdag i samme måned.
3. Var det en overraskelse at der i Sannes klasse var to grupper hvor der var elever med fødselsdag i samme måned?
4. Undersøg ved hjælp af LOD hvad chancen er for at der i en femmandsgruppe er elever med fødselsdag i samme måned. Gæt på hvad chancen er. Kør derefter 50 eksperimenter.
5. Undersøg ved hjælp af LOD hvad chancen er for at der blandt tre tilfældige elever er to der er født på samme *ugedag*. Gæt på chancen før du bruger LOD.
6. I en skoleklasse er der 18 elever. I en temauge udvælges hver dag en af klassens elever ved lodtrækning. Hvad er chancen for at en elev vælges mere end én gang i løbet af ugen?
7. Undersøg ved hjælp af LOD hvad chancen er for at der blandt seks tilfældigt udvalgte personer er to der har fødselsdag i samme stjernetegn (der er 12 stjernetegn).

[Toppen af tema](#)

2. Mere om fødselsdage

Der er mere fødselsdags-mystik i Sannes klasse. Det viser sig nemlig at der blandt de 24 elever i klassen er to der har fødselsdag den *samme dag*.

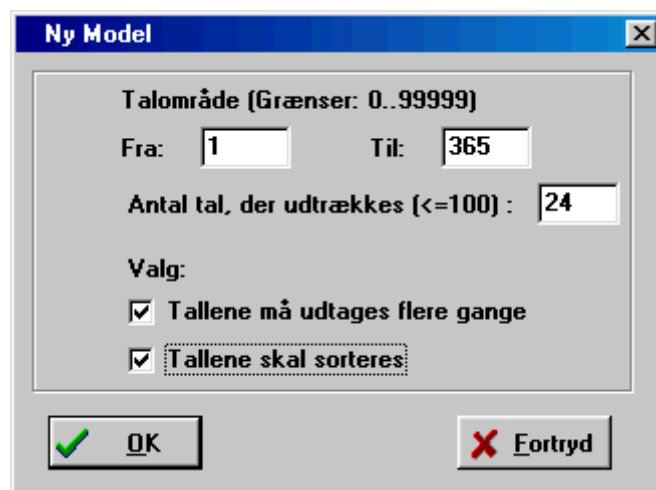
Klassen synes det er et mærkeligt tilfælde. Der er dog 365 dage i året, og der er kun 24 elever i klassen. Men da læreren kan fortælle dem at der også i parallelklassen findes to elever der har fødselsdag på samme dag, stiger mystikken.

De vælger nu at undersøge sagen nærmere ved hjælp af LOD.

De lader LOD udtage 24 tal fra området 1 til 365. Hvert af de 365 tal svarer til en dag i året, fra 1. januar til 31. december. De ser væk fra skudår.

De går ind i LOD og vælger *Ny model*. Her indtaster de området fra 1 til 365 og de melder at der skal udtages 24 tal. Udtagelsen skal være *med* tilbagelægning.

Vi vælger også at lade programmet sortere tallene i udskriften.



Her er resultatet af en *Prøvekørsel*. Følgende 24 tal blev udtaget:

10	21	27	39	80	105	123	143	144	158
185	191	193	194	239	--	239	288	292	302
303	322	348	351	363					

Du kan se at programmet har sorteret tallene, de er opstillet i rækkefølge efter deres størrelse.

Vi kan se at der er et tal der forekommer to gange, nemlig tallet 239. I klassen findes altså to elever der har fødselsdag på samme dag.

Nu kan et enkelt eksperiment jo ikke fortælle os meget om den ukendte chance. Vi må udføre nogle flere eksperimenter.

Prøv selv

1. Lad LOD køre 10 eksperimenter. Husk at klikke på *Dubletter* inden du sætter kørslen i gang. Undersøg hvor mange af de 10 klasser der har elever med fødselsdag på samme dag. Giv et bud på den ukendte chance for at der i en klasse med 24 elever findes elever der har fødselsdag på samme dag.
2. Prøv med nogle flere eksperimenter. Du kan måske slå dig sammen med en kammerat så I tilsammen udfører 100 eksperimenter. Giv jeres bud på den ukendte chance. Overvej om Sanne og hendes kammerater burde være overrasket over at der i deres klasse var to elever med fødselsdag på samme dag.
3. Hvad er mon chancen for to elever med fødselsdag den samme dag i klasser med 20 elever? Og i klasser med 28 elever? Gæt på chancen inden du kører LOD.
4. En rejseleder rejser med et selskab på 40 personer. Han tilbyder sin assistent et væddemål: Hvis der i selskabet findes to personer med fødselsdag samme dag, skal du give mig 500 kr. Til gengæld får du 1000 kr. af mig hvis der ikke findes to personer med fødselsdag samme dag. Skal assistenten modtage væddemålet?
5. Afgør det ved brug af LOD.

[Toppen af tema](#)

3. Bilnumre og chancer

Sanne er på en biltur. Hun kigger på bilnumre og lægger mærke til om der er to ens tal i numrene, som fx i bilnummeret 42714 hvor der er to 4-taller.

Sanne tilbyder sin lillesøster Malene et spil om de næste 10 biler de møder:

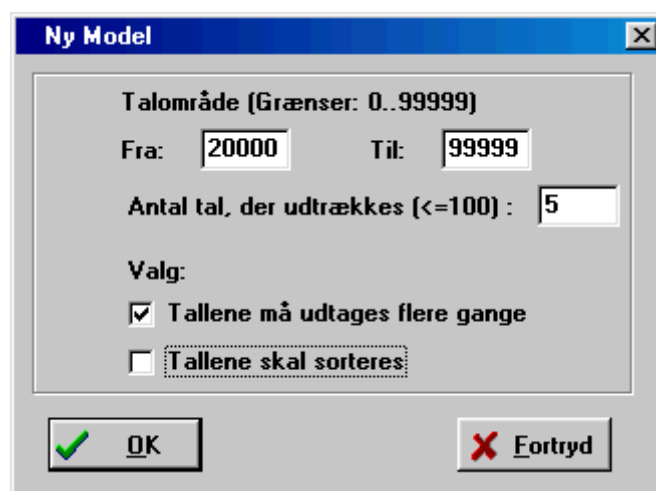
For hvert bilnummer der har to ens tal, skal du give mig 5 kr.

Og jeg giver dig 5 kr. for hvert bilnummer der ikke har to ens tal.

Skal Malene modtage tilbuddet?

Vi undersøger sagen ved hjælp af LOD. Vi lader LOD udvælge tilfældige bilnumre, og så afgør vi sagen på grundlag af LODs data.

Bilnumre i Danmark ligger i området fra 20000 til 99999. Vi lader derfor LOD udtage tal fra dette område. Vi indleder med udtagelse af fem bilnumre.



LOD giver os her følgende bilnumre:

21067 53409 24851 44978 96266

Af disse bilnumre indeholder de tre første ikke to ens tal, men de to sidste bilnumre har begge to ens tal.

Hvis Malene havde modtaget Sannes tilbud, ville hun altså have vundet tre gange og tabt to gange. Hun ville dermed have et overskud på 5 kr. for de fem bilnumre.

Men vi kan ikke give Malene et godt råd på grundlag af kun fem bilnumre. Der må flere undersøgelser til.

Prøv selv

1. Lad LOD udtage 50 bilnumre, og tæl op hvor mange af dem der indeholder to ens tal.

Giv et bud på chancen for at et tilfældigt bilnummer indeholder to ens tal.

Hvilket råd vil du give Malene, skal hun modtage Sannes tilbud?

2. *Nabocifre*. Malene tilbyder dig at deltage i et spil om bilnumre: Du skal give hende 5 kr. hvis bilnummeret indeholder to nabotal, altså 0 og 1, 1 og 2, ..., 8 og 9. Fx indeholder bilnummeret 42075 nabotalene 4 og 5. Men Malene skal give dig 5 kr. hvis bilnummeret ikke indeholder to nabotal.

Undersøg ved hjælp af LOD om du vil modtage tilbuddet.

3. Sanne tilbyder dig at deltage i et spil om bilnumre: Du skal give hende 5 kr. hvis bilnummeret indeholder tallet 5, og hun giver dig 5 kr. hvis bilnummeret ikke indeholder tallet 5.

Undersøg ved hjælp af LOD om du vil modtage tilbuddet.

4. *To par*. Sanne og Malene har slået sig sammen om at give dig tilbud om at deltage i et spil om bilnumre: De giver dig 5 kr. hvis bilnummeret indeholder to tal som begge forekommer to gange (fx 42452 og 25225). Til gengæld skal du betale 1 kr. hvis bilnummeret ikke indeholder to tal der begge forekommer to gange.

Undersøg ved hjælp af LOD om du vil modtage tilbuddet om at deltage i "To par".

5. *Tre ens*. Undersøg ved hjælp af LOD hvad chancen er for at et bilnummer indeholder tre (eller flere) ens cifre, som fx bilnumrene 23227, 55159 og 43444.

[Toppen af tema](#)

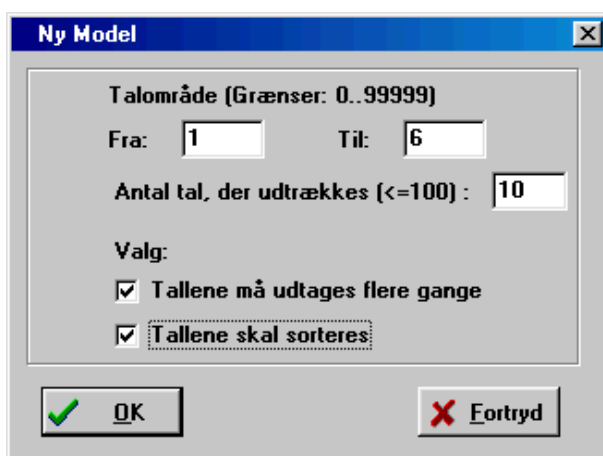
4. Et spil med terninger

Sanne tilbyder Malene at deltage i et spil med terninger. Malene skal betale 5 kr. for hvert spil hun vil være med i. Hun skal i spillet kaste med 10 terninger på én gang. Hvis hun får alle øjental 1,2,3,4,5,6 med de 10 terninger, får hun en gevinst på 10 kr. fra Sanne.

Mon Malene skal modtage tilbuddet?

Hun undersøger sagen ved hjælp af LOD, det kan nemlig også bruges til terningkast.

Hun vælger tal fra området 1 til 6, og melder at der skal udtages 10 tal. Udtagelsen er selvfølgelig med tilbagelægning. Hun vælger at sortere tallene.



Hun foretager nu en kørsel med 20 eksperimenter. Da tallene er sorteret, kan hun let afgøre om alle øjental forekommer. Og hun har nu et første indtryk af om hun skal modtage Sannes tilbud.

Prøv selv

1. Lad LOD udføre 20 eksperimenter og giv et bud på chancen for at alle øjental forekommer i et kast med 10 terninger.
2. Foretag nogle flere eksperimenter. Synes du Malene skal tage imod Sannes tilbud?
3. Undersøg hvad chancen er for at få alle øjental i kast med 12 terninger.
4. Ved en klassefest laver I en konkurrence hvor der skal kastes med 10 terninger. Der er en 1. præmie hvis alle seks øjental forekommer i kastet, og der er en 2. præmie til den der får fem af de seks øjental, fx 1,3,4,5,6. Det koster 10 kr. at deltage i spillet.

Giv ved hjælp af LOD et forslag til hvor store beløb der kan udbetales til 1. og 2. præmierne.

5. Nabotal i Lotto

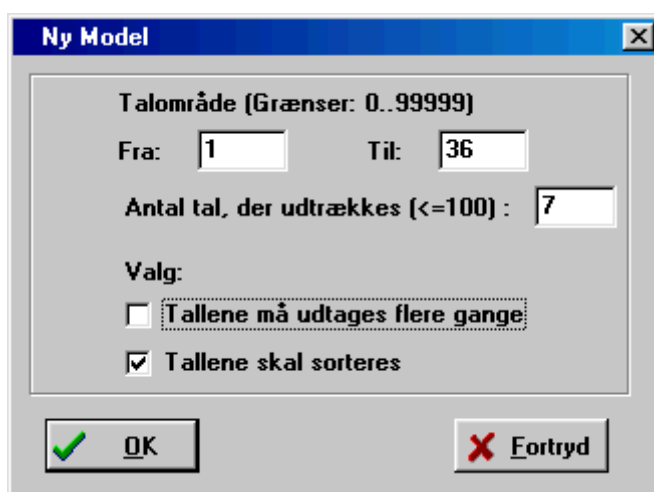
Sanne og Malene spiller hver uge i lotto. De deltager med 10 rækker, og hver lørdag følger de udtrækningen af lottotalene i tv. De bliver nu for det meste skuffet, ofte kan der nemlig gå en måned eller endnu længere uden at de vinder på en af deres 10 rækker. Og når de endelig vinder, så er for det meste kun 30 kr. eller deromkring.

For at få lidt mere spænding ind i udtrækningen af lottotalene har Sanne og Malene lavet deres lille private spil. I lotto udtrækkes der 7 tal blandt tallene fra 1 til 36. Og somme tider sker det at der blandt de 7 udtrukne tal findes *nabotal*, altså at fx både 17 og 18 udtrækkes. Men det er ikke hver uge at der forekommer nabotal blandt de 7 lottotal.

(Vi regner kun med de syv lottotal, ikke de to tillægstal).

Sanne og Malene har nu aftalt følgende spil: *Hvis der er nabotal, skal Sanne have 100 kr. fra Malene. Hvis der ikke er nabotal, skal Malene have 100 kr. fra Sanne.*

Hvordan ligger det mon med de to pigers chancer i dette spil. Hvad er chancen for at Sanne vinder? Med andre ord: Hvad er chancen for nabotal? Vi ser på sagen ved hjælp af LOD.



Vi opstiller i LOD en model hvor vi udtager tal fra området 1..36 Vi udtager 7 tal og samme tal må *ikke* udtages flere gange, der er altså tale om 7 forskellige tal. I udskriften vil vi gerne have tallene sorteret, helt på samme måde som lottotalene stilles op efter størrelse når de fremlægges i tv eller i aviser.

Lod Version 270103							
Filer Rediger Prøvekørsel Kørsel Usikkerhedsinterval Hjælp							
<input checked="" type="checkbox"/> Nabotal <input type="checkbox"/> Talliste <input type="checkbox"/> Dubletter <input type="checkbox"/> Mønster							
1:	2	4	6	---	7	19	31 33
2:	7	11	17	25	27	--	28 35
3:	3	22	28	--	29	31	-- 32 36
4:	1	6	8	13	15	26	32
5:	6	9	14	21	24	31	34
6:	6	8	---	9	13	18	25 29
7:	3	19	--	20	23	28	30 35
8:	15	--	16	18	--	19	27 33 -- 34
9:	1	--	2	7	--	8	27 32 -- 33
10:	4	8	13	24	27	32	36

Vi har ladet LOD udskrive 10 lottorækker. Og vi har klikket på feltet med *Nabotal*, så vi let kan gennemføre optællingen.

På skærmen kan vi se: *Af de 10 rækker er der 7 med nabotal og 3 uden nabotal.*

Ud fra disse lottorækker fra LOD kunne det altså se ud til at Sanne har større chance end Malene for at vinde i deres ugentlige spil. Men mon det er rigtigt? Du kan undersøge sagen nærmere ved hjælp af LOD. Men du må gerne først gætte på hvad du tror at chancen for nabotal er.

Prøv selv

1. Lad LOD frembringe mindst 50 lottorækker, og tæl op hvor mange af dem der indeholder nabotal. Hvad kan du nu sige om Sannes og Malenes chancer i deres spil?

Hvis du stadig er i tvivl, så lad LOD lave 50 rækker mere.

2. *Lotteri.* Sannes klasse har lavet et lotteri med 100 sedler og 10 gevinster. Undersøg ved hjælp af LOD hvad chancen er for at der forekommer nabotal i listen over de 10 gevinstnumre.
3. *Bankospil.* I et bankospil udtrækkes tal fra området 1 til 90. Hvad er chancen for at der blandt de første 8 udtrukne tal er nabotal?
4. *Fødselsdage.* I en konkurrence i et ugeblad udtrækkes 25 fødselsdage blandt årets 365 dage. Hvad er chancen for at der blandt de 25 dage er to nabodage?

5. *Et stort lotteri.* Sanne og hendes klasse udvider nu deres lotteri til hele skolen. Der er 1000 sedler og 30 gevinster. Det viser sig at gevinstlisten indeholder to nabotal, og der er straks nogen der protesterer mod lotteriet og taler om svindel.

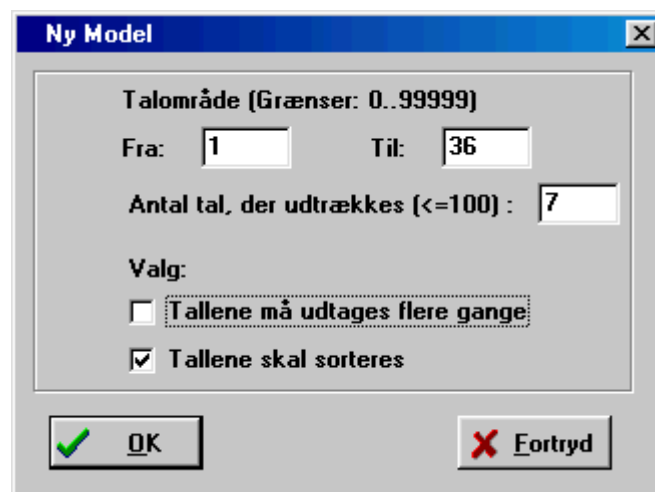
Undersøg sagen ved hjælp af LOD: Hvad er chancen for at der udtrækkes nabotal i skolens lotteri?

Gevinster i Lotto

Med et andet program, KUGLE 1, kan vi nærmere undersøge hvad chancerne for gevinst i Lotto er. Her vil vi blot med LOD få et indtryk af hvor ofte der forekommer en række med gevinst.

Sanne og Malene vælger en lotto-række. De bliver enige om at de vil undersøge rækken: 5, 8, 11, 12, 15, 17, 34.

De går nu ind i LOD og gør klar til lotto-trækninger:



Inden de giver signal til kørsel, klikker de på feltet Talliste. Her indtaster de nu deres lottorække: 5, 8, 11, 12, 15, 17, 34.

Derefter kører de ti lottotrækninger. På skærmen kan de se hvor mange af deres tal der kommer ud, de er nemlig markeret med en stjerne.

I den første trækning er der to tal der er markeret med stjerne: 11 og 17. Det giver altså ikke gevinst til Sanne og Malene, der skal jo fire rigtige tal til for gevinst, altså fire stjerner i samme række. - I næste række er der også kun to stjerner, men i række 3 er der tre stjerner. Det er bedre, men ikke nok til gevinst.

Talliste: 5,8,11,12,15,17,34 (markeret med *)

Tabel:

1:	1	2	6	11*	13	17*	24
2:	2	7	12*	15*	20	22	31
3:	5*	15*	19	31	34*	35	36
4:	3	5*	8*	14	29	31	34*
5:	10	11*	12*	19	22	25	27
6:	2	7	9	14	24	28	32
7:	5*	7	8*	16	24	26	29
8:	1	7	15*	17*	22	27	34*
9:	3	5*	6	9	21	22	24
10:	10	20	22	23	24	27	36

Det viser sig at der ikke er nogen række med fire stjerner. Men der er to rækker uden nogen stjerner.

Prøv selv

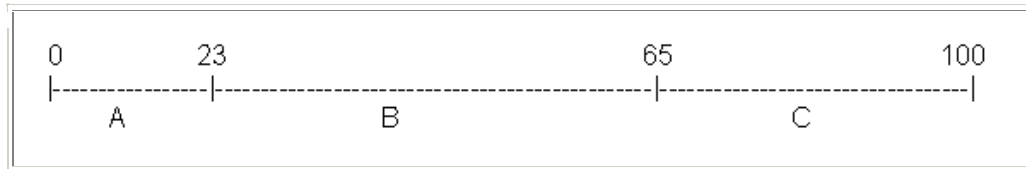
Prøv med en lottorække efter dit eget valg. Kør 10 trækninger og undersøg hvor tit der kommer gevinster. Prøv nogle flere gange: Brug Gentag-knappen og kør 10 trækninger ad gangen.

[Toppen af tema](#)

6. Hvor stor bliver gevinsten?

Tre spillere A, B og C vælger at dele deres gevinstpulje på følgende måde: De udtrækker to forskellige tal blandt tallene 1,2,3,...,98,99. De to tal angiver hvordan puljen skal deles i tre dele.

Udtrækkes fx tallene 23 og 65 foretages følgende opdeling af puljen:



A modtager 23% af puljen (bestemt ved afstanden fra 0 til det mindste af de to udtrukne tal), B modtager 42% (afstanden mellem de to udtrukne tal), og C modtager 35% af puljen (afstanden fra det største tal op til 100).

De tre spillere er interesseret i følgende problem:

Hvad er chancen for at en af spillerne løber
med mindst 50% af gevinstpuljen ?

Eller sagt på en anden måde: Hvad er chancen for at en af spillerne får mindst lige så meget som de to andre tilsammen?

Vi bruger LOD

Vi lader LOD udtage stikprøver bestående af to tal fra området 1..99. Udtagelsen er uden tilbagelægning, vi har jo brug for to forskellige tal. Vi lader LOD sortere tallene.

I fem eksperimenter får vi følgende resultater:

1. eksperiment:	40	86
2 .eksperiment:	50	63
3. eksperiment:	20	60
4. eksperiment:	18	40
5. eksperiment:	1	98

I det første eksperiment får de tre spillere 40%, 46% og 14% af puljen. Ingen af spillerne når altså op på 50%.

I det andet eksperiment modtager A 50% af puljen. I tredje eksperiment er det ringen der får halvdelen af puljen, men i fjerde eksperiment modtager C 60% af puljen.

I det femte eksperiment er det B's tur til at modtage den store gevinst. Han får hele 97% af puljen.

I tre af de fem eksperimenter sker det altså at en af spillerne løber med mindst halvdelen af puljen. Mon det holder i det lange løb?

Prøv selv

1. Lad LOD køre 25 eksperimenter og giv på grundlag heraf et bud på hvad chancen er for at en af spillerne løber med mindst 50% af puljen.
2. Brug nogle flere kørsler og undersøg om de nye resultater afviger væsentligt fra dem du fik før.
3. *Er der samme chance for spillerne?* De tre spillere havde på forhånd en mistanke om at de måske ikke ville have lige store chancer for at være den der løber med halvdelen af puljen.

Undersøg – eventuelt med hjælp af data fra en kammerat – om der er noget der tyder på at A, B og C ikke har samme chance for at vinde mindst 50% af puljen.

4. *Hvad får A i gennemsnit?* Undersøg ved nogle kørsler hvor stor en del af puljen spiller A modtager i gennemsnit.

[Toppen af tema](#)

7. Et besøg i Chanceland

I eventyrlandet Aleatorien er man meget optaget af spil. Enhver forbryder får derfor en ekstra chance inden han bliver idømt fængselsstraf: Fra en pose med 100 kugler, med numre fra 1 til 100, udtager han to gange en kugle. Hvis numrene på de to kugler ligger tæt på hinanden, dvs. højst med en forskel på 25, så løslades forbryderen, og han slipper for videre tiltale. Hvis afstanden mellem de to numre er mere end 25, må han tage sin straf. – Hvor stor er mon chancen for at slippe for straf i Aleatorien?

Vi lader LOD belyse spørgsmålet. Vi udtager to tal fra området 1..100. Udtagelsen foretages med tilbagelægning. Samme tal kan altså udtages to gange.

Her er resultaterne fra fem eksperimenter:

1. eksperiment:	39	95
2. eksperiment:	23	75
3. eksperiment:	2	68
4. eksperiment:	7	71
5. eksperiment:	30	52

Det første eksperiment giver tallene 39 og 95. De ligger mere end 25 fra hinanden, så her er ikke gevinst.

Heller ikke i de tre næste eksperimenter er der gevinst. Det er der derimod i det femte eksperiment, her er afstanden mellem tallene kun 22.

Af de fem eksperimenter er der altså kun ét der giver gevinst. Men heraf kan vi selvfølgelig ikke fastslå at chancen for at slippe for straf i Aleatorien er 20%. Der må mange flere eksperimenter til.

Prøv selv

1. Lad LOD udføre 25 eksperimenter. Tæl op hvor mange der giver gevinst, og giv dit bud på hvad chancen er for at slippe for straf i Aleatorien.
2. Kør nogle flere eksperimenter, eller hent data fra en kammerat, og giv et nyt bud på den ukendte chance.
3. *Snyd i spil.* I spillelandet Aleatorien ser man meget strengt på forbrydere der er grebet i at snyde i spil.

For sådanne personer gælder at de kun slipper for straf hvis de to kuglenumre ikke ligger mere end 13 fra hinanden. Undersøg ved hjælp af LOD hvor stor en chance spillesnyderne har for at slippe for straf.

4. *Der skal spares.* På grund af økonomisk krise er regeringen i Aleatorien nødt til at skære ned på udgifterne til fængselsvæsenet. De overvejer derfor at ændre reglen for afsoning af fængselsstraf (dog kun for "almindelige" forbrydere, ikke for spillesnydere):

Hvis kuglernes numre ikke ligger mere end 50 fra hinanden, slipper forbryderen for at afsone sin straf.

Hvad betyder denne ændring af reglerne? Hvad er nu chancen for at slippe for straf i Aleatorien?

[Toppen af tema](#)

8. Et spil med mønter

Sanne har opfundet et spil med mønter: Du kaster en mønt i alt 6 gange. Hvis du i spillet får Krone to gange lige efter hinanden, vinder du. Hvis du ikke får to Krone i træk, taber du.

Sanne er i vildrede med hvor stor vinderchancen i hendes spil er. Og den skulle hun jo gerne kende til når hun går ud og tilbyder spillet til sine kammerater.

Sanne har tænkt at tilbyde spillet sådan: "Du får 1 krone af mig hvis du får to Kronekast i træk, og du giver mig 1 krone hvis du ikke får to Kronekast i træk." Er det mon et fornuftigt forslag for Sannes side?

Hun undersøger sagen ved hjælp af LOD. Selvfølgelig kunne hun udføre rigtige spil med mønter, men med LOD går det hurtigere, og hun kan få resultaterne skrevet ud på papir.

Sanne lader LOD udtage seks tal fra talområdet 0..1. Hun lader 0 svare til at mønten viser Krone, og 1 til at mønten viser Plat.

Her er de fem første eksperimenter:

1. eksperiment:	1 0 0 0 1 1
2. eksperiment:	0 1 1 1 0 1
3. eksperiment:	0 1 0 1 1 1
4. eksperiment:	0 0 0 0 1 0
5. eksperiment:	0 1 0 1 1 0

Allerede i det første eksperiment er der to kronekast i træk (der er endda tre). De to næste eksperimenter har derimod ikke to kronekast i træk, her er jo ikke to nuller ved siden af hinanden.

Det fjerde eksperiment har to kronekast i træk, men dette er ikke tilfældet i det femte eksperiment. To af de fem eksperimenter har altså to kronekast i træk. Hvis Sanne havde spillet disse fem spil, ville hun have måttet udbetale 1 kr. i to af spillene, og hun ville have modtaget 1 kr. i hvert af de tre andre spil.

Spillet ser altså lovende ud for Sanne, men hun er stadig i tvivl. Der er jo kun udført fem eksperimenter. Hun må derfor i gang med at bruge LOD. Du kan hjælpe hende.

Prøv selv

1. Lad LOD udføre 50 spil, og tæl op hvor mange gange Sanne ville have vundet. Giv et bud på chancen for at få to kronekast i træk i Sannes spil.

2. *Tre kronekast i træk.* Sanne ændrer sit spil til "Tre kronekast i træk", men nu med 10 kast i stedet for 6. Undersøg ved hjælp af LOD hvad chancen for "tre kronekast i træk" er i Sannes nye spil.
3. *Tre krone eller plat i træk.* Undersøg spillet "Tre i træk af samme slags" i 6 kast, altså enten 3 krone eller 3 plat i træk. Hvad er chancen for gevinst i dette spil.
4. *Terningkast.* Sanne går nu over til terninger. Hun tilbyder dig at deltage i et spil hvor du skal kaste en terning 6 gange. Hvis du får "To ens i træk" har du vundet. Hvad er chancen for gevinst i Sannes spil?
5. *Der udtrækkes tal.* I en æske er der ti sedler med numre fra 1 til 10. Fra æsken udtager du 10 gange en seddel, med tilbagelægning.

Hvis du får "To ens i træk" har du vundet. Hvad er vinderchancen i dette spil?

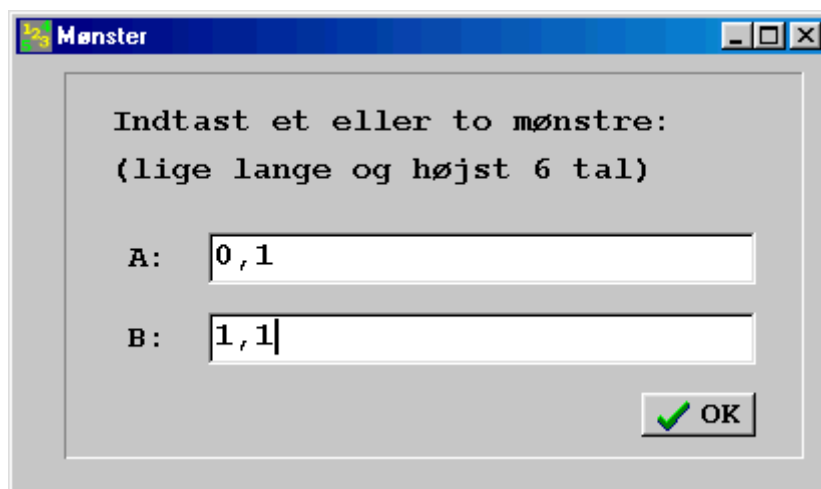
[Toppen af tema](#)

9. Mønstre

Sanne og Malene fortsætter med at se på møntkast. De kaster en mønt 10 gange og undersøger om der undervejs i kasteserien forekommer bestemte rækkefølger, eller *mønstre*.

Sanne vælger at spille på mønstret KP, dvs. Krone-Plat. Malene vælger mønstret Plat-Plat. De aftaler at den hvis mønster forekommer først i serien af kast, har vundet.

I programmet klikker de på Mønster og indtaster de to mønstre A: 0,1, dvs. Krone, Plat og B: 1,1, dvs. Plat, Plat.



Sanne spiller altså på rækkefølgen 01 og Malene på rækkefølgen 11. Her er ti kasteserier:

1:	B1	1	0	1	0	0	0	1	0	0
2:	B1	1	1	1	0	1	0	0	0	1
3:	B1	1	1	1	0	1	0	1	0	1
4:	1	0	0	A0	1	0	1	0	1	1
5:	0	A0	1	0	0	1	0	0	1	1
6:	0	A0	1	1	0	0	0	0	1	1
7:	1	A0	1	0	0	0	1	0	0	0
8:	A0	1	0	0	1	1	0	1	1	1
9:	0	0	A0	1	0	0	1	0	0	0
10:	A0	1	0	1	1	1	0	0	1	0

På skærmen er markeret det af de to mønstre som kommer først. Mønstret er mærket med et A eller et B.

I de tre første serier vinder Malene, hendes mønster kommer jo ud før Sannes. I alle de øvrige serier vinder Sanne. Vi ser altså at Malene vinder i 3 af de 10 serier og Sanne vinder i 7.

Mon det blot er Sanne der er heldig? Vil det udligne sig hvis Sanne og Malene spillede et stort antal serier? Det to mønstre har jo samme chance for at forekomme:

Med to kast er der fire mulige mønstre: 00, 01, 10, 11.

Og de har hver en sandsynlighed på $1/4$ for at forekomme. Det kan du fx let se ved hjælp af et chancetræ, eller du kan prøve med møntkast.

Sanne og Malenes mønster har altså samme chance for at forekomme. Men hvorfor vinder Sanne så 7 ud af 10 spil?

Du skal nu undersøge sagen lidt nærmere.

Prøv selv

1. Lad Sanne og Malene udføre i alt 50 spillenserier, og undersøg hvor mange gange Sanne vinder og hvor mange gange Malene vinder. Læg mærke til de tilfælde hvor Malene vinder: Hvornår forekommer hendes mønster i kasteserien?
2. Sanne spiller nu på mønstret 00 og Malene vælger 11. Undersøg hvad de to spilleres chance er for at vinde.
3. Sanne vælger mønstret 01 og Malene vælger 10. Gæt på hvem der vinder. Find derefter deres chance for at vinde.
4. Sanne vælger mønstret 0,0 og Malene vælger 0,1. Gæt på hvem der vinder.
5. Hvilket råd vil du give Malene: Hvilket mønster skal hun vælge hvis

(1) Sanne vælger 00 (2) Sanne vælger 01

(3) Sanne vælger 10 (4) Sanne vælger 11

Mønstre med tre kast

Sanne og Malene vælger nu at bruge mønstre med tre kast. Her er der otte muligheder:

000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111

som alle har samme chance for at forekomme.

Sanne vælger mønstret 001 og Malene vælger 010. Vi ser igen på 10 kasteserier:

1:	1	A0	0	1	1	0	1	1	0	1
2:	A0	0	1	0	0	0	0	1	0	1
3:	0	A0	0	1	1	1	0	0	0	0
4:	B0	1	0	1	0	0	0	0	0	1
5:	1	1	1	0	A0	0	1	0	1	0
6:	1	1	A0	0	1	0	1	1	0	0
7:	B0	1	0	1	1	0	0	0	0	1
8:	A0	0	1	1	0	1	1	0	1	1
9:	1	0	A0	0	1	0	0	1	1	0
10:	A0	0	1	1	0	0	1	1	1	0

Vi ser at Sanne vinder i 8 af de 10 serier og at Malene vinder i 2 serier. Det ser altså ud til at Sanne vinder stort, selv om de to mønstre har samme chance for at forekomme.

Prøv selv

1. Hjælp Sanne og Malene med at udføre i alt 50 spillenserier, og undersøg hvor mange gange Sanne vinder og hvor mange gange Malene vinder. Kan du give nogen forklaring på deres forskel i vinderchancer?
2. Sanne vælger nu mønstret 001, og Malene vælger 100. Undersøg hvad de to spilleres vinderchancer er.
3. Sanne vælger mønstret 111, og Malene vælger 011. Gæt på hvem der vinder.
4. Sanne vælger mønstret 110, og Malene vælger 111. Hvem vinder?
5. Hvilket råd vil du give Malene: Hvilket mønster skal hun vælge hvis

(1) Sanne vælger 000 (2) Sanne vælger 010

(3) Sanne vælger 100 (4) Sanne vælger 110

[Toppen af tema](#)

10. Er det tilfældigt?

På Sannes skole fører man statistik over hvor mange uheld der sker i skolegården. Det viser sig at der i løbet af 20 skoledage i en måned sker 20 uheld som kræver at skolens forbindingskasse kommer i brug.

Statistikken viser at uheldene ikke er jævnt fordelt på de 20 dage. Der er en enkelt dag med 3 uheld, og der er hele 7 dage hvor der slet ikke indtræffer nogle uheld.

I Sannes klasse diskuterer man om uheldene kan være tilfældig fordelt, eller om der skulle være en eller anden grund til at de klumper sammen. Da man ikke kan blive enige, vælger man at belyse problemet ved slumptaleksperimenter.

Ved hjælp af LOD udtages 20 tal fra talområdet 1..20. Tallene udtages med tilbagelægning, og de udskrives i sorteret tilstand:

1 1 2 3 3 4 4 7 9 11 12

14 14 15 15 15 16 18 18 20

Udskriften viser at der dag nr. 1 var 2 uheld, dag nr. 1 er jo udtrukket 2 gange. Dag nr. 2 er der kun ét uheld, men dag nr. 3 er der igen 2 uheld. Dagene nr. 5 og nr. 6 forekommer ikke i listen, disse dage var der altså ingen uheld.

En lille statistik over antal uheld giver følgende resultat:

Dage med 3 uheld: 1 (det er dag nr.15)

Dage med 2 uheld: 5

Dage med 1 uheld: 7

Dage uden uheld: 7

Dette eksperiment giver altså som resultat at der forekommer én dag med tre uheld, og der er 7 dage uden uheld. De 7 dage der ikke er med i listen er dagene nr. 5, 6, 8, 10, 13, 17 og 19. De ligger ganske godt spredt blandt de 20 dage.

Prøv selv

1. Gentag eksperimentet og opstil din statistik over antallet af uheld pr. dag. Sammenlign din statistik med statistikken fra Sannes klasse.
2. *Flere data.* Lav endnu fire eksperimenter med udtagelse af 20 tal, og opstil for hvert eksperiment en statistik over uheld pr. dag. Hvad er det gennemsnitlige antal dage

uden uheld i dine fem statistikker? Og hvad er det gennemsnitlige antal dage med 3 uheld?

3. *10 uheld på 10 dage.* Undersøg ved hjælp af LOD hvordan 10 uheld kan fordele sig over 10 dage. Kør mindst 10 eksperimenter. Hvor mange dage er der i gennemsnit uden uheld?
4. *10 uheld på 20 dage.* Undersøg ved hjælp af LOD hvordan 10 uheld kan fordele sig over 20 dage. Hvor mange dage er der i gennemsnit med 2 eller flere uheld? Kør mindst 20 eksperimenter før du udtaler dig.
5. *40 uheld på 20 dage.* På en stor skole er der i gennemsnit 2 uheld pr. skoledag. Undersøg ved hjælp af slumptal hvor tit der kan forventes en dag med 5 eller flere uheld. Og undersøg hvor tit der vil forekomme en dag helt uden uheld.

[Toppen af tema](#)

Kommentarer til arbejdet med LOD

Du har nu arbejdet med en række opgaver hvor du skulle skaffe dig oplysninger om ukendte chancer ved hjælp af LOD. Når man bestemmer chancer ved hjælp af indsamlede data, taler man om *statistisk sandsynlighed*. Sandsynlighederne får talværdier gennem en statistisk undersøgelse.

Det er klart at de chancer du når frem til gennem eksperimenter, kun kan give en ide om hvad de ukendte chancer er. Du vil kunne justere dine tal hvis du udfører nye serier af eksperimenter.

Du har her arbejdet med matematik på følgende måde:

Der er ikke noget facit der er det eneste rigtige, og du kommer ikke frem til dine resultater ved at foretage beregninger eller udledninger.

I stedet udfører du eksperimenter. Du indsamler data fra eksperimenterne, og på grundlag af dine data giver du dit bud på de ukendte chancer. Din kammerat som udfører de samme eksperimenter, kan komme frem til resultater som afviger fra dine. Men det betyder ikke at den ene af jer har "regnet rigtigt" og den anden ikke. I har begge indsamlet data og givet jeres bud på løsningen til det forelagte problem.

Du kan ikke vide hvor gode dine resultater er, men du kan altid afprøve en løsning ved at udføre en ny række af eksperimenter.

I arbejdet med eksperimenterne har du brugt et edb-program, men i princippet kunne du selv have udført de mange eksperimenter uden brug af edb. Programmet har blot været et værktøj i arbejdet.

*

Hvis du vil arbejde videre med problemer hvor LOD kan anvendes, så findes der et udvalg af opgaver i INFA-hæftet *LOD Chancer gennem simulering*. - Du vil sikkert også selv kunne give forslag til opgaver som kan løses ved hjælp af LOD.

Hvis du har lyst til at arbejde på samme måde med andre chanceproblemer, så kig på de tre EMMA-temaer:

Hvad er chancen? Brug KUGLE1

Hvad er chancen? Brug KUGLE2

Hvad er chancen? Brug KUGLE3

[Toppen af tema](#)
