
Allan C. Malmberg

***IT-læremiljøer
i
matematik***

Indhold

1. Læring i LEARN-miljøer	7
2. Opbygning af LEARN-miljøer	12
3. Arbejdet i LEARN-miljøerne	17
1. Kend værktøjet	17
2. Forståelse kommer ofte i små bidder	18
3. Bliv ved! Prøv igen! Giv ikke op!	19
4. Arbejd med stoffet: Lav selv opgaver	20
5. En ny arbejdsform: Der eksperimenteres	21
6. Vær nysgerrig. Spørg!	22
7. Tænk før – og tænk efter!	23
8. Ræsonner og forklar!	23
9. Brug samarbejde – hvor det er en god ide	24
10. Gør status!	25
4. LEARN-miljøer er lærerstøttede	27
5. Eksempler på EMMA-temaer	29
5.1 Hvad er chancen? Brug LOD	29
5.2 Hvad er chancen? Brug KUGLE1	33
5.3 De hele tal. Udforsk tallene	37
5.4 Geometri med beregninger	39

Forord

Denne publikation giver en beskrivelse af de ideer der ligger bag udviklingen af IT-læremiljøer i INFA-projektet. Læremiljøerne opbygges på de såkaldte EMMA-temaer, hvor EMMA står for „Elektroniske materialer til matematik“.

I publikationen gives en omtale af hvad der har været styrende for udformningen af EMMA-temaerne, og der gives forslag til hvorledes elever og lærere kan arbejde med materialerne for på bedst mulig måde at nå frem til at få opbygget inspirerende og udfordrende læremiljøer. Publikationen afsluttes med en kort beskrivelse af nogle af de EMMA-temaer der er udviklet i INFA til brug for arbejdet med opbygning af IT-læremiljøer.

Der foregår i INFA et løbende arbejde med at opbygge læremiljøer til den elementære matematik og at afprøve dem med hjælp fra elever og lærere i skolen. I forbindelse med denne erfaringsindsamling tages spørgsmål op vedrørende læreprocessen i matematik, specielt spørgsmål der har tilknytning til IT og læring.

Efterfølgende publikationer vil gå ind på anvendelsen af de enkelte EMMA-temaer og beskrive de faglige læremiljøer der kan opbygges på dem. I publikationen CHANCE fremlægges et IT-læremiljø til arbejdet med sandsynlighed. Det bygger på erfaringerne fra INFA-projektet: Chancelære i skole og læreruddannelse.

Allan C. Malmberg

IT-læremiljøer

Med udviklingen af hjælpemidler fra informationsteknologien er der åbnet nye muligheder for at der kan opbygges spændende og udfordrende læremiljøer i den elementære matematik.

Faglige værksteder

Nogle af de første læremiljøer der gjorde brug af computeren, var de såkaldte microworlds, faglige værksteder hvor eleverne kunne boltre sig med opdagelser og problemløsning inden for et matematisk fagområde. Bedst kendt er nok Seymour Paperts „skildpadde-geometri“, udviklet gennem 1970'erne og beskrevet i 1980 i bogen „Mindstorms. Children, Computers, and Powerful Ideas“.

Paperts geometriverden gjorde brug af programmeringssproget LOGO, og da de første computere til skolebrug sendtes på markedet, var det et uomgængeligt krav at de kunne afvikle LOGO-programmer. Mange lande lavede deres egen version af skildpaddegeometrien og tilpassede den på nogle punkter til de nationale læseplaner. I Danmark udvikledes Paperts ideer i form af programmet Myresnak, et program som indgik i INFA-projektets repertoire og som gennem 80'erne fik stor udbredelse i danske skoler.

Paperts skildpaddegeometri var et pionereksempel på et læremiljø inden for den elementære matematik. Her kunne eleverne eksperimentere og afprøve ideer, de kunne gå ud i nye faglige opgaver, og de kunne udfordre sig selv og deres kammerater med opgaver og faglige spørgsmål.

Siden begyndelsen af 1990'erne har der imidlertid været tavshed omkring Paperts geometriske microverden. I den fagdidaktiske litteratur er der langt mellem artikler der omtaler skildpaddegeometrien og de elev-

aktiviteter der bygger på den. Nogle tidsskrifter optager simpelthen ikke mere beretninger om skoleforsøg med fokus på dette tema.

Hvorfor denne ændring i holdning? Fra tidligere tiders heftige debat og vrimmel af forslag om realisering af de gode faglige ideer om læring inden for matematikområdet til en nu næsten total tavshed om emnet. Der er nok flere grunde. Mange har erfaret at skildpaddegeometrien, som fagligt set er en navigationsgeometri hvor en skildpadde gennem programordrer styres i sine bevægelser på en plan, ikke har nogen større afsmittende effekt på arbejdet med læseplanens emner, heller ikke på dem inden for geometrien. Læseplanerne blev jo (selvfølgelig) ikke ændret fordi der nu fandtes et hjælpemiddel der var et godt værktøj til geometri. Arbejdet med skildpadden (eller myren) blev derfor i udstrakt grad en pædagogisk luksusbeskæftigelse, og den slags er der ikke megen plads til i skolesystemer der afslutter skolegangen med en autoriseret prøve som ikke er åben for nyskabelser på det faglige område.

*En ny
prioritering*

En anden grund til den dalende interesse kan være at arbejdet med skildpaddegeometrien bygger på programmering. Og godt nok er den indsats der kræves her, ikke uoverkommelig for elever og lærere, men alle erfaringer fra de forgangne 30 år har vist at programmering er en sag som det ikke er enhver beskåret at få et interessebetonet forhold til. Vi har set det i matematiklærernes efteruddannelse, hvor der i 70'erne var en udbredt lyst til at arbejde med at udvikle egne programmer til computeren. Gradvis måtte aktiviteterne på dette felt dæmpes ned for helt at blive fjernet med udgangen af 80'erne. Det var da ikke længere muligt at få lærerne til at lægge en indsats i programmering og i de metoder som programmeringen bygger på. Og den sproglige disciplin i udformningen af programmer var heller ikke rigtig i takt med tidens tendenser.

*Programmering
er ikke sagen*

Det blev nu mere populært at gøre brug af færdige programmer eller af programmer som kunne modificeres uden at der blev stillet krav om programmeringsmæssige færdigheder. Og de fagdidaktiske overvejelser kom til at fokusere på om der kunne opbygges inspirerende og udfordrende læremiljøer på et grundlag der var uden programmering, og meget gerne på et grundlag der ikke stillede for store krav om forkundskaber vedrørende computeranvendelse og IT, hverken hos lærere eller elever.

Det faglige i centrum

De IT-læremiljøer der er udviklet i INFA-projektet, er et forsøg på at skabe faglige arbejdsfelter som kan give elever og lærere gode muligheder for at arbejde med faglige temaer. Ved udformningen er der sigtet mod at IT-læremiljøerne i praksis skal være tilgængelige også for elever og lærere som ikke er fuldbefarne i omgangen med IT. Det er derfor i læremiljøerne det faglige som står i centrum, ikke de raffinerede anvendelser af de nyeste landvindinger inden for IT.

1. Læring i LEARN-miljøer

De IT-læremiljøer der er udviklet i INFA, har fået betegnelsen LEARN-miljøer. Disse miljøer sigter mod at give eleverne optimale betingelser for

- Læring i tilknytning til emnet
- Engagement i arbejdet med emnet
- Aktiviteter til udforskning af emnet
- Refleksion over indvundne erfaringer
- Nyvvurdering af egen kunnen

Et LEARN-miljø opbygges med udgangspunkt i et fagligt tema. Til eksempel kan nævnes at der er udviklet LEARN-miljøer i tilknytning til arbejdet med *tal*, med *geometri* og med *sandsynligheder*.

Et fagligt tema

Et LEARN-tema vil sigte mod bestemte klassetrin. Der vil derfor kunne opbygges flere LEARN-miljøer inden for samme tema, fx temaet tal, men med elever fra forskellige klassetrin som målgruppe. De første LEARN-miljøer der er udviklet, sigter mod klassetrinene 6-10.

Her skal gives nogle kommentarer til de fem sigtepunkter for LEARN-miljøerne.

Læring

Det er en selvfølge at der i læremiljøet tilstræbes en faglig læring inden for det behandlede emne. Læremiljøet skal støtte elevens arbejde med at opnå indsigt og forståelse og at fremme færdigheder og kunnen. En vigtig fase er arbejdet med problemer og udvikling af problemløsningskompetence. Matematik er karakteriseret ved de mange muligheder for formulering af opgaver og problemer på ethvert fagligt niveau, og netop aktiviteter af problemløsende art er ofte en stærk interessevækker for den motiverede elev.

Læring og problemløsning

Elevsamarbejder

En sidegevinst ved den målrettede læring i tilknytning til det givne emne kan være en indføring i matematisk metode og tankegang. Også læringens vilkår i form af samarbejder kan blive taget op til afprøvning. Hjælpe-midler fra IT kan her give gode muligheder for realisering af nye samarbejdsformer, og de kan støtte elevernes drøftelser, deres argumentation og deres opbygning af fælles faglig forståelse.

Et LEARN-miljø kan udmærket fremmes gennem arbejde der foregår i grupper, og ofte vil den væsentlige del af aktiviteterne med de faglige emner forløbe i teamarbejde. Elever kan lære af hinanden, de kan støtte hinanden i de enkelte arbejdsprocesser, og de kan i fællesskab finde frem til løsninger på de problemer de er optaget af. I sådanne samarbejder kan IT-værktøjerne være til stor gavn.

Individuel indsats

Men den egentlige indsigt i et nyt emne og forståelsen af nye sammenhænge i et fagligt område, det er og bliver en individuel foreteelse. Det er ikke elevgrupper der skaffer sig viden og forståelse og opbygger nye kognitive strukturer, det er en opgave for den enkelte elev. Den enkelte må derfor gennem egne udfordringer og egne aktiviteter nå frem til at opbygge sin faglige kunnen, men han kan selvfølgelig have stort udbytte af samarbejder undervejs.

Engagement

Helt afgørende for arbejdets forløb er elevens motivation og engagement. Det er derfor vigtigt at denne side af læringen tages op og gives så gode vilkår som muligt. En del støtte til opbygning af motivationen kan hentes i at læremiljøet beskæftiger sig med problemstillinger der af eleverne opfattes som relevante, vedkommende og meningsfyldte. Endvidere skal de benyttede faglige eksempler være overskuelige og håndterlige.

Det er her IT-værktøjet skal stå sin prøve. Det skal blive et naturligt hjælpemiddel for eleven, og det skal være et hjælpemiddel som er let at anvende. Det må være opbygget på en sådan måde at eleven ikke har vanskeligheder med at sætte sig ind i programmets muligheder, og når værktøjet tages frem igen til fornyet brug, må det kræve et minimum af indsats for eleven at genkalde sig hvad programmet kan og hvordan det anvendes. IT-læreværktøjerne bør blive et lige så naturligt hjælpemiddel ved arbejdet med de faglige emner som lommeregneren er det i arbejdet med hverdagens regneprocesser.

*Krav til
IT-værktøjer*

Arbejdet i læremiljøet må sigte mod at elevernes nysgerrighed og lærelyst styrkes. Her kan opgaver af åben karakter være et hjælpemiddel, og også elevernes aktivitet med selv at opstille problemstillinger kan være med til at lade matematikken fremtræde som et inspirerende arbejdsfelt.

Aktiviteter

Arbejdet i LEARN-miljøerne bygger i udstrakt grad på at eleverne engagerer sig i aktiviteter af eksperimenterende og udforskende art. De benyttede IT-værktøjer skal lægge op til en sådan arbejds metode, og de skal give gode muligheder for at eksperimenter og afprøvninger kan blive en naturlig arbejdsform i omgangen med de matematiske emner.

*Eksperimentér og
afprøv*

Observationer fra de udførte eksperimenter skal drøftes og analyseres, og antagelser og hypoteser skal opstilles og afprøves. Ofte kan erfaringerne føre til formulering af mere generelle resultater som derefter afprøves ved indhentning af nye data.

Gennem aktiviteterne og de tilhørende overvejelser vil eleverne kunne stifte bekendtskab med en arbejds-

metode og en tankegang som er et karakteristisk træk for en række fagområder.

Refleksion

En vigtig facet i arbejdet i LEARN-miljøerne er elevernes refleksion over egen læring.

Det er afgørende for lære-udbyttet at LEARN-miljøerne giver gode vilkår for denne meget vigtige proces hvor eleverne reflekterer over det faglige stof de beskæftiger sig med, og hvor de får det indplaceret i deres matematiske univers.

*Mange muligheder
for refleksion*

Denne refleksion kan støttes gennem en række initiativer:

- Særlig udformning af elevteksten
- Specielle faglige aktiviteter
- Særlige opgavetyper: Faglige opgaver/"Stileopgaver"
- "Meta-indslag": Omtale af læringsmål og sigte
- Uddybende spørgsmål til fremme af refleksion
- Anvendelse af multimedie-virkemidler

Vi kan også fremme refleksionen ved at opfordre eleverne til at gå ind i aktiviteter som fx:

- Beskrive faglige situationer af central og typisk art
- Fremstille opgaver som afspejler aktivitetsområdet
- Føre "Logbog": Nedfældelse af erfaringer og oplevelser
- Give egne fremstillinger af aktivitetsområdet
- Tiltrettelægge undervisningsforløb for andre elever
- Udforme en mini-lærebog

Der er ingen tvivl om at en indsats med hensyn til støtte og fremme af de faglige refleksioner kan være af stor betydning for læringens vellykkede forløb.

Nyvvurdering

Arbejdet i LEARN-miljøet skulle gerne føre til at eleverne udvider deres matematiske univers både med hensyn til det faglige område og med hensyn til det at lære matematik og at få ny indsigt. Eleverne kommer dermed frem til en nyvvurdering af deres faglige forståelse, deres viden og kunnen.

*Elevernes
matematiske univers*

Gennem arbejdet opnår de et overblik over det faglige område, og de ser strukturer som de ikke tidligere har været opmærksom på. De får endvidere kendskab til det faglige emnes fundamentale ideer, de ser rækkeviden af de benyttede IT-værktøjer, og de støttes i deres tiltro til egne evner i arbejdet med matematik.

I beskæftigelsen med matematik i LEARN-miljøer vil eleverne kunne føle sig trygge og sikre i læresituationen, og de vil kunne være med til at finde og videreudvikle deres egen personlige stil i arbejdet med læreprocesser. De får erfaring med at tackle nye og ukendte problemstillinger, og de kommer til at opleve deres eget potentiale i forhold til foreliggende læresituationer og faglige udfordringer. Forhåbentlig vil de komme frem til at se „det at lære“ som en spændende aktivitet de har lyst til at tage op.

2. Opbygning af LEARN-miljøer

Af de ovenstående kommentarer vil det fremgå at det er en omfattende sag at udvikle LEARN-miljøer som tilgodeser alle de givne hensigter. Et LEARN-miljø er da heller ikke noget der fremstår fuldt og færdigt efter en første arbejdsindsats, det vil blive revideret, justeret og ændret i en løbende proces.

At opbygge et LEARN-miljø

Når det faglige tema for LEARN-miljøet er fastlagt, kan den egentlige udvikling gå i gang. Her vil følgende faser indgå:

Det faglige stof

Det faglige stof udvælges, struktureres og tilpasses klassetrinnene.

Computerprogrammer

Der udvikles edb-programmer som kan støtte arbejdet med det faglige emne.

Elevtekster

Der udarbejdes tekster, og der udformes små „Prøv selv“-afsnit hvor eleverne kan kontrollere deres forståelse af program og tekst.

Medie-indslag

Der tages stilling til medie-indslag af relevant art, fx videoklip, audiofiler og Internet-anvendelse.

Elevernes selvstændige arbejde

Der opbygges oplæg til elevernes selvstændige arbejde med opgaver af forskellig art: Fra delvis færdig-formulerede opgaver til ganske åbne problemstillinger.

Refleksioner og tilbageblik

Der indlægges i temamaterialet opgavesituationer og arbejdssituationer som hjælper eleverne til at foretage refleksioner over det udførte arbejde og de opnåede resultater.

Lærerorientering

Der udarbejdes en orientering til læreren med forslag til hvorledes arbejdet med et faglige tema kan foregå.

LEARN-miljøerne bygger i INFA på såkaldte EMMA - Temaer. EMMA står for „Elektroniske materialer til matematik“. Til hvert EMMA-tema foreligger en orientering til læreren, en elevtekst og de tilhørende IT-værktøjer.

EMMA-temaer

EMMA-materialerne er tilrettelagt med henblik på at eleverne - enkeltvis eller i grupper - i udstrakt grad arbejder selvstændigt med det faglige stof. Til de enkelte EMMA-temaer vil foreligge følgende materialer:

En orientering til læreren

Der gives en beskrivelse som henvender sig til læreren og som giver et overblik over det foreliggende emne. Beskrivelsen kan være til hjælp for den lærer som overvejer at inddrage emnet i en undervisning der anvender edb som værktøj.

Der stilles i beskrivelserne forslag til hvilke klassetrin det pågældende EMMA-tema kan benyttes på, og der gives en vurdering af arbejdets omfang i lektioner. Endvidere gives en kort omtale af følgende punkter:

Baggrund

En begrundelse for at det pågældende emne indgår i undervisningen i skolen. Her kan være henvisning til læseplan og til faglig-pædagogiske redegørelser.

Fagligt indhold

En kort omtale af det faglige indhold i emnet. Beskrivelse af elevaktiviteter.

Elevernes arbejde med EMMA-temaet

En beskrivelse af hvorledes arbejdet med det faglige stof er tilrettelagt i det foreliggende EMMA-tema. Materialerne til det enkelte tema vil almindeligvis være opdelt i små afsnit der hver indeholder forslag til elevaktiviteter.

EMMA * temaer

Som et tilbud til elever med særlig interesse og særlige evner for matematik tilrettelægges nogle såkaldte EMMA-stjerne-temaer. Disse temaer stiller større krav til elevernes matematiske modenhed og deres evne til at arbejde selvstændigt. EMMA * temaerne er tænkt som en udfordring til enkeltelever, de vil næppe kunne anvendes i en undervisning for hele klassen.

Undervisningsmaterialet til eleverne

Kernen i EMMA

Undervisningsmaterialet til eleverne er kernen i EMMA. Gennem det skal eleverne have mulighed for at arbejde selvstændigt med de faglige emner. I arbejdet skal indgå udfordrende og inspirerende faglige aktiviteter, og arbejdet skal tilrettelægges med henblik på at eleverne får lejlighed til at reflektere over de opnåede resultater, så de får indpasset de nye erfaringer og den ny viden i deres matematiske univers.

Sådanne refleksioner vil kunne udfolde sig i en lærerstøttet efterbehandling af det faglige arbejde, men det er en erfaring at denne efterbehandling vil kunne få bedre vilkår hvis eleverne undervejs i arbejdet, enkeltvis eller i grupper, gør reflekterende overvejelser og foretager tilbageblik for at sætte de udførte aktiviteter ind i en faglig og erkendelsesmæssig sammenhæng.

Gennem *aktiviteter* gives en indføring i det faglige emne. Aktiviteterne vil føre eleverne ind i det faglige stof, og de vil belyse de faglige begreber og metoder. Det er afgørende for læringens forløb at eleverne arbejder med at løse de stillede opgaver og gennemfører de foreslåede overvejelser over de indvundne resultater.

*Indsig gennem
anvendelse*

I tilknytning til beskrivelsen af elevernes arbejde med temaet gives forslag til supplerende aktiviteter som kan udfolde sig i klasseregii. Der gives ideer til hvad der kan indgå i en fælles indledning til temaet og hvad der kan tages op i en efterbehandling af de faglige emner.

Arbejdsformen for eleverne

Det er INFAs erfaring at arbejdet med matematik bedst foregår under vilkår hvor der er god tid til tankevirk-somhed og overvejelser. EMMA-arbejdet er derfor tilrettelagt således at de elektroniske tekster kan hentes ned fra datanet og udprintes. Eleverne kan derefter i fred og ro sætte sig ind i det faglige stof. Undervejs vil de gå til computeren og benytte de programmer der er knyttet til det pågældende EMMA-tema. Der kan også i EMMA-temaet være givet henvisninger til supplerende materialer som kan hentes gennem opkobling til Internet.

*Vælg din
arbejdsform og
dit tempo*

Elevernes arbejde foregår således ikke nødvendigvis under stadig opkobling til datanettet. Den solide arbejdsfase forløber i fred og ro i det tempo, eleven vælger. I arbejdet anvendes computeren til de nødvendige kørsler af edb-programmer. On-line aktiviteter er ved denne arbejdsform begrænset til at eleverne henter supplerende materiale gennem datanettet.

Det skal nævnes at EMMA-materialerne også foreligger i en version hvor elevaktiviteterne foregår under opkobling til EMMA-databasen. Her kan undervisnin-

gen gøre brug af alle muligheder for samspil med datanet og multimedier.

*Sigtet
med EMMA*

Arbejdet med EMMA-temaerne sigter mod at give eleven:

- Nye faglige oplevelser og udfordringer
- Nye arbejdsformer
- Ny inspiration til samarbejde
- Nye problemløsningsværktøjer
- Ny indsigt i matematikken
- Ny opfattelse af matematikkens rolle
- Ny lyst til at lære og nyt syn på læring

De rette læremiljøer vil kunne styrke elevernes sans for faglig nysgerrighed, deres evner for omstilling og deres tillid til egne muligheder. Læremiljøerne skal give rammer for at eleverne kan udvikles deres kreativitet, ofte med udgangspunkt i det praktiske og aktivitetsorienterede. Men kreativitet er ikke nok i sig selv, den må udfolde sig i tilknytning til en faglighed og sættes ind i en sammenhæng. Det er sigtet med EMMA-temaerne at opbygge læremiljøer der opfylder dette krav.

3. Arbejdet i LEARN-miljøerne

De følgende kommentarer henvender sig i første række til læreren, men undervejs gives der nogle gode råd som direkte er rettet til eleverne. Det vil dog nok i alle tilfælde være læreren der udlægger teksten og benytter de dele af kommentarerne som er relevante i den foreliggende undervisningssituation.

1. Kend værktøjet

Det er helt afgørende at eleverne bliver fortrolige med det edb-programmel der benyttes i arbejdet med de faglige emner. I EMMA-temaerne vil der gennem eksempler blive givet en indføring i IT-værktøjets indretning, dets brugerflade og dets anvendelse. I denne fase vil det være naturligt at eleverne arbejder med de eksempler og opgaver der er fremlagt i temaets tekstafsnit. De er nemlig udvalgt med denne indføring for øje.

IT-værktøjet

Ganske vist hævdes det i progressive pædagogiske kredse at elever ikke må udsættes for opgaver som er stillet af andre, de skal kun beskæftige sig med problemer de selv formulerer! Men mon en sådan metode vil føre ret langt ind i det faglige emne? Vil eleverne få noget indblik i hvad værktøjets muligheder er? Og vil de se den faglige dybde i det matematiske emne? – Vi vil foretrække at lade denne frie arbejdsform vente til eleven er blevet fortrolig med værktøjet og har fået indblik i det faglige emne.

Der gives derfor i EMMA-temaerne en ret håndfast indføring som har til formål at fortælle om de muligheder som ligger i de anvendte IT-læreværktøjer. Denne indføring belyser samtidig de mere tekniske sider af programmelbrugen. Men hav tålmodighed! Når værktøjet er blevet et naturligt hjælpemiddel, så kan eleverne frit boltre sig med åbne opgaver og selvformulerede problemer.

Arbejdsgangen er derfor følgende:

- (1) Eleverne gøres fortrolige med værktøjet. Gennem eksempler belyses brugen af IT-læreværktøjet.
- (2) Eleverne får et første kendskab til det faglige emne-område. Gennem strukturerede opgaver får eleverne indblik i faglige problemer som knytter sig til det faglige emne.
- (3) Gennem beskæftigelse med åbne opgaver får eleverne mulighed for at uddybe og opøve deres faglige kunnen.
- (4) Eleverne støttes i arbejdet med at benytte IT-værktøjet i aktiviteter med selvformulerede problemstillinger.

2. Forståelse kommer ofte i små bidder

Det er en erfaring at man i arbejdet med matematik ofte observerer at den fulde forståelse sjældent indtræffer ved første møde med stoffet og de fremlagte problemstillinger. Det er også en erfaring at skoleelever ved den første lille forhindring i læreforløbet er tilbøjelige til at sige „Det forstår jeg ikke noget som helst af!“. Og derefter giver de op, mister interessen for sagen og stempler stoffet som „Kedeligt“. - I dagens skole er det desværre mere og mere af det faglige stof der overgår til kategorien „Kedeligt“.

Det vil være en vigtig opgave for læreren at ændre denne indstilling til at lære matematik. Eleverne må opleve at forståelse af matematik ofte kommer i små bidder. Hvert nyt forsøg giver lidt ny indsigt og lidt mere forståelse af det fremlagte problem. Og eleverne må gøres bekendt med at en sådan arbejds metode ikke

er speciel for fagets nybegyndere, også erfarne fagfolk arbejder på denne måde. At eleverne ikke forstår den fulde sammenhæng ved første møde, er derfor ikke et tegn på at de skal holde sig fra matematik. De skal måske blot indse at arbejdsmetoder og læremetoder kan være forskellige fra fag til fag.

Også færdighed i anvendelse af edb-programmet kan være noget der må erhverves lidt efter lidt. Hvis der er et ord eller en sætning der ikke umiddelbart forstås, så gå videre! Teksten i EMMA-temaet er bygget på eksempler, og lidt senere kommer der sikkert et eksempel som hjælper til med at fjerne nogle af uklarerne.

Det må indrømmes at læsefærdighed er et krav til den der beskæftiger sig med matematik. Matematiske ideer, emner og metoder kan ikke fremlægges uden at der gøres brug af tekst. Almindeligvis er teksterne i matematik ofte korte og klare (til gengæld ganske informationsmættede), og med en seriøs indsats burde budskaberne i teksterne være til at klare.

*Uden
læsefærdigheder
er det svært*

3. Bliv ved! Prøv igen! Giv ikke op!

Selv om eleven er fuldt fortrolig med IT-værktøjet og selv om den forelagte problemstilling er fuldt forstået, så kan der alligevel være vanskeligheder med at få taget hul på arbejdet med løsning af problemer. Et råd til eleven vil være: Gå i gang! Giv ikke op! Prøv med nogle forslag! Brug værktøjet og se hvad det fører til!

Det gør ikke noget om elevens forslag ser mindre fornuftige ud: Det er bedre at prøve noget end at give helt op. Kun den der prøver, har mulighed for at komme igennem. - Når matematikken driller, gælder det om at kunne tage et initiativ til at komme videre. Selvfølgelig kan læreren spørges til råds, men ofte vil eleven selv

kunne overvinde forhindringerne ved hjælp af egne famlende forsøg. Og måske han lærer mere af dem end af at få hjælp fra andre.

Problemer er udfordringer

Få eleverne til at betragte problemer som udfordringer der har til formål at fremme læreprocessen. Gennem sådanne udfordringer kan eleverne udbygge deres matematikkunnen og opnå bedre indsigt i det faglige emne og dets anvendelsesmuligheder. Problemer skal have en passende sværhedsgrad for at kunne bidrage til elevernes faglige udvikling. Et problem som enhver kan løse uden at anstrenge sig, er ikke værd at spille tid på. Men et problem som kan sætte eleven i gang med en intens tankevirksomhed, kombineret med en aktiv brug af IT-læreværktøjet, er en udfordring der er værd at tage op.

4. Arbejd med stoffet: Lav selv opgaver

Hjælp med til at opbygge gode matematik-arbejdsvaner: Vær ikke tilfreds med blot at løse de opgaver der stilles til dig. Arbejd videre med stoffet og prøv med dine egne opgaver. I begyndelsen kan du måske blot omforme de stillede opgaver en smule, ændre lidt på de givne inddata og se hvilken virkning det har på løsningerne.

I næste omgang kan opgaverne inspirere dig til at se på problemstillinger af en anden art. Måske de ligner de opgaver du allerede har set på, men du opstiller lidt ændrede krav der skal opfyldes. Eller også slækker du på de stillede krav og undersøger hvad det får af konsekvenser for løsningerne.

Egne opgaver

Du skal i det hele taget kun opfatte de stillede opgaver som nogen der kan illustrere hvad værktøjet kan bruges til. Den helt dybe forståelse af det faglige emne og af edb-programmet viser sig i at du selv kan formu-

lere nye opgaver og angribe dem ved hjælp af IT-værktøjet.

Hvis du arbejder med LEARN-miljøer i temaet sandsynlighed, kan du udnytte at der i de daglige aviser ofte vil være omtale af situationer som har med sandsynlighed at gøre. Det kan være vinderchancer i spil eller sport, og det kan være risikoer i forbindelse med sygdom, naturfænomener eller trafik. Sådanne omtaler kan måske give dig inspiration til at formulere problemstillinger som vedrører sandsynligheder.

*Hent opgaver
fra hverdagen*

5. En ny arbejdsform: Der eksperimenteres

Du vil i LEARN-miljøerne møde en helt ny arbejdsform: I arbejdet med chancetituationer skal du således skaffe dig oplysninger om ukendte chancer ved hjælp af data som indsamles af edb-programmer. Du vil her arbejde med matematik på en ny måde:

Der er ikke noget facit der er det eneste rigtige, og du kommer ikke frem til dine resultater ved at foretage beregninger eller omformninger og udledninger.

I stedet udfører du eksperimenter. Du indsamler data fra eksperimenterne, og på grundlag af dine data giver du dit bud på de ukendte chancer. Din kammerat som udfører de samme eksperimenter, kan komme frem til resultater som afviger fra dine. Men det betyder ikke at den ene af jer har ”regnet rigtigt” og den anden ikke. I har begge indsamlet data og givet jeres bud på løsningen til det forelagte problem.

*Matematik er
noget du er
aktiv med*

Du kan ikke vide hvor gode dine resultater er, men du kan altid afprøve en løsning ved at udføre en ny række af eksperimenter.

I arbejdet med eksperimenterne har du måske brugt et edb-program, men i princippet kunne du selv have udført de mange eksperimenter uden brug af edb. Programmet har blot været et værktøj i arbejdet. Men et stærkt værktøj, som giver dig en række nye muligheder – såvel fagligt som læremæssigt.

*At lave
matematik*

Det er vigtigt at eleverne accepterer og fuldt går ind for denne arbejdsmetode som måske vil være ny for dem. Eleverne skal gennem arbejdet med eksempler og opgaver se de muligheder der ligger i denne empiriske måde at „lave matematik“ på. Hvor lejligheden findes, vil det empiriske selvfølgelig kunne suppleres med en teoretisk behandling. Men ofte er det kun de mest banale chancetituationer som tillader en sådan supplerende teoretisk behandling. Eleverne må derfor vurdere de opnåede problemløsninger på hvor godt de stemmer med den observerbare virkelighed.

6. Vær nysgerrig. Spørg!

*Væn dig til
at spørge*

Nært knyttet til den nye arbejdsform er en holdning til matematikken som er præget af nysgerrighed og spørgelyst. Hvad sker der hvis jeg vælger andre inddata? Kan det være rigtigt at...? Hvilken betydning får det at vi ændrer betingelserne til...? Hvad bliver chancen når vi stiller det nye krav at ..? Er det muligt at fastlægge en chancetituation hvor chancen bliver?

IT-læreværktøjet giver eleverne god inspiration til at stille den slags spørgsmål, og det giver dem gode muligheder for at gå i gang med at opstille deres egne svar på de stillede spørgsmål.

Der er her åbnet for en kreativ indsats fra elevernes side. Kreativitet kan bestå i at eleven opdager og udforsker nye hjørner af det faglige emne, og at de nye erfaringer fører til formulering af hypoteser og

antagelser som kan give anledning til videre faglig efterprøvning. Og måske til formulering af nogle generelle resultater. Men kreativitet kræver et fagligt fundament. Kun når en solid faglig baggrund er etableret, er det muligt for eleven at udfolde sig kreativt på en seriøs måde.

7. Tænk før – og tænk efter!

Lad eleverne vænne sig til at indlægge nogle tænkepauser så de ikke styrter fra den ene problemstilling og direkte ind i den næste.

I chancsituationer vil det være oplagt at det foreliggende problem tages op til overvejelse inden det angribes nærmere ved hjælp af IT-værktøjet. Lad eleven gætte på hvad den ukendte chance er! Lad være med at forlange en præcis talværdi, men vær tilfreds med en opdeling i „Stor chance“, „Lille chance“ og „Middel chance“. Med lidt mere erfaring kan eleverne måske yderligere specificere chancerne til „Lidt over middel“, „Noget under middel“, osv. Benyt også den indledende overvejelse til at lade eleverne redegøre for deres eventuelle begrundelse for det foretagne gæt.

Overvej og gæt!

Når eleverne har benyttet chanceværktøjet og fundet et svar på den ukendte chance, er det igen tid for en overvejelse. De tidligere givne gæt vil kunne holdes op mod de indhentede svar fra programkørslerne, og der kan være lejlighed til at give et forsøg på en forklaring på hvorfor det nu gik som det gjorde.

8. Ræsonnér og forklar!

Arbejdet med de faglige emner vil ofte give anledning til resultater som kan udfordre til ræsonnementer og faglige forklaringer. Hvorfor fik jeg mon denne værdi på den ukendte chance? Ville chancen have været

større hvis ...? Eller hvorfor fik jeg netop dette resultat i min søgning efter tal med særlige egenskaber? Kunne jeg have sagt det på forhånd?

Der kan undertiden ræsonneres i en form som kan komme tæt på et matematisk bevis: Hvis denne betingelse er opfyldt, så vil resultatet blive...

*Praksis og teori
veksler*

Det er ikke et mål at arbejdet skal føre til at eleverne undervejs forlader den empiriske arbejdsmetode og går over til teoretiske overvejelser. Det ville alt for hurtigt føre til blokeringer, og „Det er kedeligt“-paraden vil straks komme op hos mange elever. Men det vil være oplagt at lade ræsonnement og argumentation få en plads i arbejdet hvor det kan støtte elevernes arbejde med at opnå faglig indsigt og forståelse.

Ofte må det være læreren som gennem supplerende spørgsmål til arbejdsforløbet sætter fokus på nogle situationer hvor faglige forklaringer kan være rimelige og gennemførlige.

*Samarbejde,
ja eller nej?*

9. Brug samarbejde – hvor det er en god ide

Det vil være oplagt at udnytte samarbejdets muligheder i elevernes beskæftigelse med de faglige emner og IT-værktøjerne. Ofte vil der kunne være en stor gevinst at hente gennem udveksling af synspunkter i en mindre gruppe. Et problem kan her ses fra flere sider, og forskellige aspekter i løsningsforslag kan tages op til vurdering og diskussion.

Man skal også være opmærksom på at der kan ligge en læringsmæssig fordel i at en elev skal fremlægge sine ideer for andre og i tilknytning hertil måske ligefrem stå for et lille undervisningsforløb af sine kammerater.

Men det er ikke al matematik der er lige velegnet til samarbejde. Der må derfor foretages en vurdering af hvornår individuel aktivitet er at foretrække frem for den kollektive. Og det er i øvrigt heller ikke alle elever der bryder sig om samarbejde. Undertiden kan samarbejdet stresse den enkelte, der er jo næppe to elever der arbejder i samme tempo og som har behov for de samme tænkepauser undervejs. Ved en forcering af samarbejdet kan et ellers velfungerende arbejdsmiljø slås i stykker.

Så lad samarbejdet udvikle sig ad naturlig vej. Og hold øje med hvordan det forløber.

10. Gør status!

Det vil være en god ide at der jævnligt gøres status i arbejdet med de faglige emner. EMMA-temaerne er opdelt i relativt korte faglige forløb, og efter hvert forløb opfordres eleven til at gå ind i egne aktiviteter i afsnittene „Prøv selv“.

Disse afsnit kan samtidig være et signal til læreren om at lade eleverne gøre en lille status over det hidtidige arbejde. Hvilke emner og metoder har vi benyttet? Hvordan indgår de i det samlede forløb for hele EMMA-temaet? Hvad har vi lært af nyt? Hvad har vi oplevet vedrørende matematikkens anvendelse?

Hvad har jeg lært?

Dette statuspunkt skal gøre det til en naturlig ting for eleven at der reflekteres over det lærte. Elever lærer ikke blot ved at være aktive, men ved også at tænke over hvad de har været aktive med og ved at tænke over hvad aktiviteterne førte til.

Nogle foreslår at sådanne refleksioner bør foretages i tilknytning til at eleven fører en lære-logbog. En slags dagbog hvor den enkelte elev selv beskriver hvad han

har foretaget sig i det faglige område, hvilke metoder han har sat sig ind i, og hvilken ny kunnen han har erhvervet sig.

Logbogen kan suppleres med at eleven samler eksempler på de opgaver han synes har været af særlig interesse: Måske opgaver der var mest typiske for emnet, opgaver der var de sværeste at knække, eller de opgaver hvor eleven selv havde særlig succes med løsningen.

4. LEARN-miljøer er lærerstøttede

Hvilken rolle skal læreren have i forbindelse med arbejdet med EMMA-temaer? Til alle EMMA-temaer hører en indledende lærerorientering, og i den gives forslag til at læreren tager hånd i den indledende fase med oplæg til arbejdet med EMMA-temaet. I lærerorienteringen er givet nogle ideer til hvad der kunne indgå af aktiviteter.

Endvidere er det oplagt at læreren har en vigtig rolle i tilknytning til efterbehandlingen af arbejdet med temaet. Her vil lærerens faglige baggrund og hans kendskab til temaets indhold give ham gode muligheder for at fremme elevernes refleksioner over det udførte arbejde.

Lærerens vigtige rolle

Det er mere usikkert hvilken rolle læreren skal have under elevernes arbejde med EMMA-temaerne. Her må nok spilles efter gehør, ved nogle temaer og for nogle elevgrupper skal der sikkert gives en god lærerstøtte til arbejdet, i hvert fald i de indledende faser.

Læreren vil selvfølgelig også have den vigtige rolle at give respons på elevernes arbejde. Denne respons kan gives i små portioner undervejs i arbejdet, men måske den også i nogle tilfælde vil kunne indgå i klassens samlede efterbehandling af arbejdet med temaet.

Hertil kommer lærerens helt afgørende rolle som tilrettelægger af det differentierede arbejde som skal sigte mod at hver af klassens elever får en optimal udfordring. Denne opgave kan virke ganske overvældende, men den løses kun gennem en fortsat indsamling af erfaringer fra det praktiske arbejde i klassen.

Differentiering

Er lærerne fuldt forberedte til en sådan form for undervisning? Næppe, men de vil kunne afprøve den og

skaffe sig erfaringer gennem arbejdet. I dagens undervisning der er præget af stadige forandringer, er der ingen lærer der er forberedt til alt hvad der kan opstå af nye ideer. Men man kan være villig til at gå ind i nye overvejelser og være med til at skaffe ny pædagogisk indsigt.

Store krav

Opbygningen af læremiljøer i en IT-støttet undervisning stiller således store krav til læreren. Der forudsættes en faglig indsigt i de behandlede emner som sætter læreren i stand til at foretage overvejelser og afvejninger i forbindelse med valg af faglige og pædagogiske metoder. Et spændende og givende læremiljø opbygges ikke ved at læreren tager et edb-program og den tilhørende elev-tekst og lader eleverne arbejde med det. Der kræves en tilrettelæggelse som nøje vurderer de givne hjælpemidler og deres rolle i læringsmæssig sammenhæng.

IT gør det ikke lettere at være lærer, men måske mere spændende - og i hvert fald mere udfordrende..

5. Eksempler på EMMA-temaer

I det følgende er givet eksempler på EMMA-temaer som kan være grundlag for opbygningen af et LEARN-miljøer.

Temaerne er beskrevet gennem de tilhørende lærerorienteringer. Disse orienteringer er afgrænset til et omfang på højst et par sider, idet en længere redegørelse kunne have den virkning at indsatsen ved at arbejde med LEARN-miljøer ville fremtræde for læreren som en uoverskuelig stor og tidkrævende arbejdsopgave.

*Kort orientering
til læreren*

Vi har valgt her udelukkende at foretage beskrivelsen ved hjælp af lærerorienteringen og ikke at give eksempler på de elevtekster der er det egentlige fundament i ethvert EMMA-tema. Dette hænger sammen med at elevteksten og de tilhørende IT-værktøjer vil være under stadig ændring og udvikling. De aktuelle elevtekster i EMMA-temaerne vil kunne ses på INFAs hjemmeside: www.infa.dk

5.1 EMMA-tema: Hvad er chancen? Brug LOD

Klassetrin	: 6-10
Omfang	: 3-5 lektioner
Programmel	: LOD
Faglige områder	: Statistisk sandsynlighed, information gennem eksperimenter.

Temaet indgår i IT-læremiljøet CHANCE.

Baggrund

Arbejdet med statistisk sandsynlighed står centralt i de nye læseplaner. Med programmet LOD får eleverne adgang til et lettilgængeligt edb-værktøj som kan be-

nyttes i forbindelse med fastlæggelse af sandsynligheder i chancесituationer af vidt forskellig art.

LOD bygger på en arbejdsform hvor eleverne eksperimenterer og afprøver. Med dette værktøj kan eleverne med indsigt behandle chancесituationer som ellers ville ligge uden for deres faglige rækkevidde.

*Et alment
værktøj til
arbejdet med
chancer*

Fagligt indhold

Der arbejdes med en edb-model som kan benyttes til simulering af chancесituationer der kan beskrives som lodtrækninger. EMMA-temaet vil behandle en række eksempler på situationer af denne art. Ved brug af LOD vil eleverne kunne fastlægge sandsynligheder for hændelser som kan beskrives i tilknytning til den givne lodtrækning.

I arbejdet med LOD fremhæves modelbegrebet. Til en forelagt chancесituation opstilles en model som afspejler chancесituationen på bedst mulig vis. Derefter "køres modellen på computer" ved hjælp af LOD. De opnåede resultater fra kørslen fortolkes og oversættes til udsagn om chancer og risikoer i den oprindelige situation.

Undervisningsmaterialet lægger op til at eleverne gennem eksperimenterende og udforskende aktiviteter beskæftiger sig med chancесituationer af hverdagsagtig art. Arbejdet med løsning af problemer ved brug af LOD vil med fordel kunne foregå i små grupper hvor problemerne angribes fra flere sider og hvor fortolkningen af opnåede resultater kan udsættes for nærmere overvejelse og diskussion.

Det er et mål for arbejdet at eleverne oplever LOD som et alment og lettilgængeligt værktøj der kan benyttes i arbejdet med chancесituationer. Det er en er-

faring at LOD ikke må automatiseres for meget, idet eleverne da mister forbindelsen med de forelagte chancesituationer. Eleverne må derfor i arbejdet med LOD selv "røre ved de indsamlede data" og foretage de nødvendige optællinger.

Eleverne må selv arbejde

Elevernes arbejde med EMMA-temaet: Hvad er chancen? Brug LOD

Indhold

1. Fødselsdage
 2. Mere om fødselsdage
 3. Bilnumre og chancer
 4. Et spil med terninger
 5. Nabotal i Lotto
 6. Hvor stor bliver gevinsten?
 7. Et besøg i Chanceland
 8. Et spil med mønter
 9. Er det tilfældigt?
- Kommentarer til arbejdet med LOD

Fødselsdage og Mere om fødselsdage. Gennem et eksempel indføres eleverne i brugen af LOD. Den chancesituation der her fremlægges, er overskuelig og let forståelig. Problemstillingen følges op med det klassiske eksempel om chancen for dobbeltfødselsdag i en skoleklasse. Gennem anvendelsen af LOD indsamles data, og der gives et gæt på den ukendte sandsynlighed.

I de øvrige afsnit belyses anvendelsen af LOD i et udvalg af chancesituationer. Hvert afsnit behandler et lettilgængeligt og overskueligt problem. I de tilhørende „Prøv selv“-afsnit vil eleverne arbejde med varianter af det givne problem. I nogle situationer er anvendelse af LOD ganske ligetil, i andre må der lidt kreativ tankevirksomhed til.

Prøv selv!

Kommentarer til arbejdet med LOD. Eleverne møder i problemløsningen med LOD en arbejdsform som de måske ikke har erfaringer med. I det afsluttende afsnit gives der nogle kommentarer hertil. Fremhæves skal det også at i arbejdet med LOD lægges der til stadighed op til at eleverne reflekterer over de opnåede resultater: Var resultaterne overraskende? Er der resultater som vi næsten ikke kan tro på? Kan vi give nogen forklaring på de uventede resultater?

Forslag til supplerende aktiviteter i klassen

Før og efter

Indledning. Drøftelse af situationer fra hverdagen hvor der forekommer lodtrækninger og udvælgelser som kan beskrives ved tilfældig udtagelse fra en samling af elementer. Det kan også være formålstjenligt at drøfte indholdet af chanceudsagn: Hvad mener vi når vi siger at der er stor/lille chance for noget? Hvad betyder det at noget er usandsynligt? Overvej hvor meget vi "taler eller tænker i chancer" i hverdagen.

Efterbehandling. På nænsom vis kan læreren gå ind på spørgsmålet om hvor tæt de opnåede resultater ligger på de teoretiske værdier. I nogle få tilfælde vil eleverne kunne følge tankegangen i en teoretisk udledning (se INFA-Småtryk 1995-2). I andre må eleverne forlade sig på lærerens faglige autoritet. Spørgsmålet om stikprøve-usikkerhed kan eventuelt tages op, fx ved brug af LODs indbyggede beregning af usikkerhedsintervaller. - I efterbehandlingen kan også indgå en fase hvor eleverne finder situationer hvor LOD kunne anvendes som et værktøj i problemløsningen.

En ny arbejdsform

Der kan endvidere foretages en læringsmæssig efterbehandling. Eleverne har i arbejdet med LOD set hvordan der kan arbejdes med et værktøj som bygger på indsamling af data fra eksperimenter. De har altså løst

matematiske problemer ved en ny arbejdsmetode. - Afslutningsvis bør læreren i samarbejde med eleverne drøfte om sigtet for arbejdet med LOD skønnes at være opnået gennem EMMA-temaet .

5.2 EMMA-tema:

Hvad er chancen? Brug KUGLE 1

Klassetrin	: 7-10
Omfang	: 3-5 lektioner
Programmel	: Kugle123
Faglige områder	: Statistisk sandsynlighed, information gennem eksperimenter, stikprøver

Temaet indgår i IT-læremiljøet CHANCE.

Baggrund

Programmet KUGLE123 (som indeholder KUGLE1) udgør sammen med LOD et værktøj til arbejdet med bestemmelsen af sandsynligheder gennem data fra eksperimenter. Det statistiske sandsynlighedsbegreb er derfor også i centrum i arbejdet med KUGLE1.

KUGLE1 bygger på en arbejdsform hvor eleverne eksperimenterer og afprøver. Med dette program kan eleverne med indsigt behandle chancesituationer som ellers ville ligge uden for deres teoretiske rækkevidde.

Fagligt indhold

Med KUGLE1 kan eleverne efterligne udtagningen af kugler fra en æske. I æsken er der et antal kugler, nogle af dem er røde. Fra æsken udtages kugler, én ad gangen, og programmet holder rede på hvor mange røde kugler der findes blandt de udtagne kugler. Udtagningen kan være med tilbagelægning eller uden tilbagelægning.

*Kuglemodeller
bag mange
anvendelser*

Med KUGLE1 kan man altså efterligne "en tilfældig stikprøveudtagelse" fra en population der indeholder elementer af to typer. De to matematiske modeller der simuleres, er den *binomiale* ved udtagelse med tilbagelægning og den *hypergeometriske* ved udtagning uden tilbagelægning.

Gennem arbejdet med KUGLE1 kan eleverne beskæftige sig eksperimentelt med chancetituationer som ved en teoretisk behandling ville kræve kendskab til de to nævnte matematiske modeller.

I KUGLE1 findes der – i modsætning til hvad der gælder for LOD – en automatisk databehandling af de opnåede resultater. Eleven skal ikke som i LOD studere de mange udskrifter og selv foretage optællinger og lave tabeller og grafer. Det gør programmet.

*Krav
til eleverne*

Dermed stiller KUGLE1 større krav til eleven om faglig modenhed og fagligt overblik. Eleven skal til stadighed være klar over hvordan den givne statistik i tabellen fra KUGLE1 skal læses og fortolkes. Han skal huske hvad de røde kugler står for, og han skal være helt sikker på hvad et eksperiment går ud på og hvad der optælles ved eksperimenterne.

Der er derfor en risiko for at eleverne i arbejdet med KUGLE1 mister jordforbindelsen og begynder at benytte programmet uden at være fuldt klar over hvad de foretager sig. Det er her lærerens opgave at sikre at den automatik der er indlagt i KUGLE1, ikke tager magten fra eleverne. I arbejdet med LOD er denne fare ikke til stede, her bliver databehandlingen jo foretaget manuelt af eleven selv.

Elevernes arbejde med EMMA-temaet: Hvad er chancen? Brug KUGLE 1

Indhold

1. En kuglemodel
2. Hvilken kuglemodel?
3. Opgaver

En kuglemodel. Her indføres eleverne i KUGLE1-programmets mange faciliteter. Gennem et indledende eksempel illustreres opbygningen af en kuglemodel, og der indføres en kort notation for kuglemodellerne under KUGLE1.

*Tænk i
modeller!*

I arbejdet lægges vægt på at eleverne bliver i stand til at uddrage informationer fra programmets sumtabeller. Her kan aflæses oplysninger om de ukendte chancer, såvel chancer for enkelthændelser som chancer for sammensatte hændelser.

Det er vigtigt at eleverne bliver fortrolige med at oversætte mellem kuglemodel og den forelagte chance-situation. Teksten skifter derfor til stadighed mellem disse to scener.

Hvilken kuglemodel? Gennem tre eksempler illustreres overvejelser som er nødvendige når den rette kuglemodel skal opstilles. I nogle situationer vil der kunne vælges mellem flere modeller, og i elevaktiviteterne sammenlignes resultater fra kørsel af forskellige modeller til behandling af en given chancesituation.

Opgaver. Her gives et udvalg af opgaver som viser anvendelse af de to matematiske modeller der er indlagt i KUGLE1. Eleverne vil let selv kunne foreslå opgaver som kan løses ved hjælp af de kuglemodeller der er til rådighed i programmet.

Forslag til supplerende aktiviteter i klassen

Indledning. Drøftelse af situationer fra hverdagen som kan beskrives ved en kuglemodel. Samlingen af opgaverne i EMMA-temaerne Brug Kugle 1, 2 og 3 vil kunne give et overblik over de mangeartede situationer der chancemæssigt kan beskrives ved udtagelse af kugler fra en æske.

Konkrete eksperimenter

Som forberedelse til arbejdet med KUGLE1 kan det være en ide at lade eleverne opleve kugleudtagelser som realiseres gennem konkrete udtagelser af kugler fra en pose. Eleverne vil her kunne følge udtagelsen i alle detaljer, de vil selv undervejs kunne gøre de nødvendige notater, og de vil kunne opstille den afsluttende statistik over forløbet.

Efterbehandling. Her kan drøftes værktøjets rolle: Gennem KUGLE1 får eleverne et svar på spørgsmålene om de ukendte chancer, men det er jo klart for dem at der ikke er et bestemt facit som er det rigtige. Denne holdning til arbejdet med matematiske problemer bør tages op i drøftelser i klassen.

Model og virkelighed

I efterbehandlingen kan også elevernes forslag til egne opgaver som kan løses ved hjælp af kuglemodeller, tages op til drøftelse. I den forbindelse vil samspil mellem model og virkelighed være et oplagt samtale-emne.

5.3 EMMA * tema: Udforsk tallene

Klassetrin	: 8 +
Omfang	: 4-8 lektioner
Programmel	: TAL
Faglige områder	: De hele tal og deres egenskaber

*Et EMMA * tema henvender sig til elever med særlig interesse og evne for matematik.*

Indhold

Til indledning gives der i materialet en indførelse i brugen af programmet TAL. Gennem eksempler vises hvorledes programmet kan benyttes i beregninger, i opstilling af tabeller og oversigter og i søgninger efter tal med givne egenskaber. - Denne indførelse omtaler kun de mest typiske anvendelser af TAL. For yderligere enkeltheder må brugeren gå til den vejledning der er indlagt i programmet.

Derefter gives i syv afsnit et stort antal opgaver som eleverne kan arbejde med. Overskriften over opgaveafsnittene er:

*Opgaver af mange
sværhedsgrader*

1. Primaltal
2. Trekkanter
3. Tal i forklædning
4. Find tallet!
5. Ligninger i hele tal
6. Divisorer og delelighed
7. Klassiske taltyper

Opgaverne i de enkelte afsnit er af vidt forskellig sværhedsgrad. Nogle kan løses ved en enkel anvendelse af faciliteterne i TAL. Ved andre opgaver må der foretages en grundig analyse af problemet før det kan angribes på rette måde med TAL.

Det stærkeste hjælpemiddel i TAL er dets søgefaciliter. Eleverne vil her kunne arbejde med at udvikle metoder til at jage tal med særlige egenskaber. Disse metoder kan bygge på en kombination af intuition og faglig indsigt.

Sigtet med dette EMMA-tema er dobbelt:

At give indsigt i de hele tals verden. Gennem arbejdet med TAL får eleverne et aktivt forhold til grundlæggende begreber vedrørende tal og brugen af dem. Der arbejdes med divisorer, dellighed, primtal, primtalsopløsning, kvadrattal, kubiktal og trekanttal. Og der arbejdes med samspil mellem de forskellige tal-egenskaber. - I forbindelse med søgninger vil eleverne opleve hvordan antagelser og postulater om tal kan belyses gennem empiriske undersøgelser. Sådanne undersøgelser vil ofte vise at et umiddelbart gæt ikke holder for et nærmere eftersyn.

*At få erfaring
med
problemløsning*

At give en tumleplads for arbejdet med problemløsning. Med de hele tal har vi et fagligt område som bygger på en række enkle begreber og metoder der kan forstås og overskues af eleverne. Eleverne får hermed en tumleplads for arbejdet med problemløsning. De vil kunne veksle mellem praksis og teori, mellem de konkrete undersøgelser og de faglige overvejelser, og de vil kunne opleve at konkrete undersøgelser og teoretiske overvejelser vil kunne gå hånd i hånd og i fællesskab bringe en opgaveløsning nærmere. De vil se hvordan dataindsamling kan føre til antagelser og hypoteser som kan studeres nærmere, og hvor kronen på værket måske kan være et fagligt argument for den opstillede påstands sandhed eller falskhed.

Der er ikke tale om en generel udvikling af elevernes problemløsningskompetence. Der findes vel næppe et fagområde som kan danne fundament for en sådan almen aktivitet. Men eleverne vil gennem arbejdet med TAL få erfaring med hvordan faglig indsigt og kunnen vil give dem muligheder for at gå i lag med en problemløsning på et mere kvalificeret grundlag. De vil opleve hvordan de gennem en stadig faglig udvikling kan bevæge sig i problemløsningen fra et niveau som er præget af tilfældige indfald og usystematisk forsøgen-sig-frem, til et niveau hvor der er tale om indsigtfuld og fagligt funderede overvejelser og metoder.

Tilsvarende problemløsnings-tumlepladser er i INFA-projektet taget op i den elementære geometri, hvor eleverne i EMMA-temaet „Geometri med beregninger“ kan arbejde med programmet TRIGONOM i praktiske undersøgelser som kan støtte faglige ideer og hypoteser . Aktiviteter som ofte kan føre frem til at eleverne bliver inspireret til at forsøge at udarbejde en skitse til et geometrisk bevis for en påstands gyldighed.

Også inden for området sandsynlighed vil eleverne kunne arbejde på denne måde. Her henvises til IT-læremiljøet CHANCE.

5.4 EMMA-tema: Geometri med beregninger

Klassetrin	: 7-10
Omfang	: 4-6 lektioner
Programmel	: Trigonometri
Faglige områder	: Trigonometri, anvendelser af geometri, historiske emner.

Baggrund

Historisk set er geometrien ofte forekommet i forbindelse med trigonometri hvor der foretages beregninger af afstande, arealer og vinkler. I arbejdet med EMMA-temaet *Geometri med beregninger* beskæftiger eleverne sig med sådanne beregninger. Under anvendelse af et edb-værktøj, TRIGONOM, vil de kunne få en indførelse i trigonometri som ikke forudsætter et foregående teoretisk forløb med udledning af trigonometriske formler. Med TRIGONOM som matematisk værktøj vil eleverne opleve at de geometriske beregninger er lette at udføre, og at det er ganske ligetil at afprøve alternative muligheder.

Fagligt indhold

Emnet beskæftiger sig med trigonometri i en elementær matematikundervisning. I trigonometri opstilles en række formler som kan benyttes ved beregninger i tilknytning til forelagte trekanter. Vi kan ved hjælp af disse formler beregne ukendte størrelser, som afstande, vinkler og arealer. Når arbejdet støttes af edb-programmet TRIGONOM, kan eleverne koncentrere sig om de mere centrale dele af problemløsningen, de behøver ikke at anvende tid og kræfter på udførelsen af rutinemæssige beregningsprocedurer.

Opgaverne som kan behandles med TRIGONOM omhandler følgende typer af anvendelser:

- Beregninger i tilknytning til opmålinger i naturen
- Situationer forelagt i geometriske og tekniske tegninger
- Klassiske beregninger fra den matematiske geografi
- Beregninger som sigter på at give eleverne kendskab til geometriske emner og sagsforhold.

Emnet vil give gode muligheder for at lade eleverne indhente observationer i marken og derefter benytte de indhentede data i TRIGONOM.

Arbejdet med EMMA-temaet: Geometri med beregninger

Indhold

1. Programmet TRIGONOM
2. Nogle særlige situationer
3. Opgaver

Programmet TRIGONOM. Her indføres eleverne i brugen af programmet. Gennem et indledende eksempel vises de muligheder der foreligger i programmet, herunder udførelse af beregninger, ændringer af navngivning og nye valg af beliggenheder for de viste figurer. Afsnittet afsluttes med elevaktiviteter som belyser de behandlede muligheder i programmet.

*Et
lettilgængeligt
program*

Det er en erfaring at eleverne hurtigt bliver fortrolige med anvendelsen af TRIGONOM, og det kan nævnes at eleverne ved genbrug af programmet senere i skoleforløbet næsten ikke skal bruge tid på at sætter sig ind i programmet igen.

Nogle særlige situationer. Her omtales programmets mulighed for at arbejde med retvinklede trekanter. Også situationer hvor der foreligger to trekanter som begge er løsning til den stillede opgave, omtales. Afsnittet afsluttes med nogle lette øvelser. Endvidere gives som indledning til opgaveafsnittet et oplæg hvor eleverne arbejder med tegning og beregning.

Opgaver. Her gives et udvalg af opgaver som eleverne kan prøve kræfter på. Eleverne kan arbejde enkeltvis eller i smågrupper med opgaverne. Der vil være

gode muligheder for at læreren kan differentiere arbejdet, idet opgaverne findes i mange sværhedsgrader og inden for mange anvendelsesområder. I nogle af opgaverne er anvendelsen af TRIGONOM ganske ligetil, i andre må der indledes med en nærmere analyse af den forelagte situation før TRIGONOM kan anvendes optimalt. Læreren kan eventuelt supplere med opgaver fra skolebøger.

Forslag til supplerende aktiviteter i klassen

*Historiske
aspekter*

Indledning. Drøftelse af trigonometriens problemstilling: Beregning af de ukendte stykker i en trekant. Behandling af de mulige beregningssituationer. Også historiske problemstillinger fra beregnings-geometrien kan trækkes frem. - En nærmere omtale af de mange anvendelsesmuligheder for trigonometri bør nok ud sættes indtil eleverne har mødt et udvalg af opgaver.

Efterbehandling. Her kan fx fokuseres på opgaver som belyser historiske anvendelser af matematikken. Eller der kan tages en drøftelse af opgaver som især peger mod tekniske anvendelser af geometrien.

Læringsmæssigt kan det være en god ide at drøfte anvendelsen af et værktøjsprogram som TRIGONOM. Har eleverne haft behov for et teoretisk fundament bag værktøjets beregninger?

Eventuelt kan der gives eksempler på udledningen af de formler der ligger bag programmet (brug fx de tilhørende *Noter til trigonometri*). I tilknytning hertil kan eleverne gennemføre nogle beregninger ved anvendelse af lommeregner.