Ideer til

Excel regneark

i matematikundervisningen

Inge B. Larsen
INFA 2000

Indhold	**Side**

Forord

Det er nu mere end 20 år siden det første regnearksprogram VisiCalc kom til verden. Det var to handelsstuderende ved Harvard University, der opfandt et hjælpemiddel, der skulle lette dem arbejdet med at opstille store virksomhedsbudgetter, og som især skulle lette arbejdet med at kunne lave ændringer i disse budgetter og umiddelbart se virkningen deraf. Utallige regnearksprogrammer har siden da set dagens lys, og anvendelsen af dem er naturligt nok særdeles udbredt inden for erhvervsvirksomheder, lige som mange privat anvender dem til budgetlægning og regnskabsføring. Men også i skolens matematikundervisning har regneark vundet indpas, selv om den manglende synlighed af formlerne gør det vanskeligt at få et samlet overblik over den matematik, der er anvendt.

Dette hefte er først og fremmest rettet mod matematiklærere, som ønsker at se nogle af de faglige muligheder, der ligger i at inddrage regneark i deres undervisning. Man kan med et regnearksprogram som Excel bruge megen tid på aktiviteter, som intet har med matematik at gøre, fx layout af regnearket. Hvordan disse aktiviteter foregår vil man se forgæves efter i dette hefte. Her fokuseres i stedet på, hvordan regnearket kan være interessant for matematikundervisningen, og kun det mest nødtørftige af den øvrige håndtering af programmet er medtaget.

Teksten forudsætter et elementært kendskab til de grundlæggende operationer i et regneark, så som

- hvordan man kommer rundt i arket
- hvordan man indsætter tekst, tal og formler i celler
- hvordan man opbygger en formel
- hvordan man kopierer en formel
- hvordan man laver diagrammer ud fra tal i regnearket

Et sådant elementært kendskab til regneark kan fx erhverves gennem heftet:

Inge B. Larsen
Introduktion til Excel regneark gennem 4 færdige ark.
DLH, INFA 1999

Talrækker (1)

Den mest kendte talrække er 1, 2, 3, 4, … Disse tal kaldes naturligt nok ***de naturlige tal***. Rækken af naturlige tal starter med 1, og man kommer fra et tal i rækken til det næste ved at lægge 1 til.
Bruger man denne regel, kan man nemt og hurtigt i et regneark frembringe de første mange naturlige tal, og disse kan anvendes til at angive numrene på tal i andre talrækker.

- *Indsæt tallet 1 i celle A5*
- *Indsæt formlen =A5+1 i celle A6*
- *Kopier celle A6 til området A7:A34*

Talrækken med ***de positive lige tal*** er: 2, 4, 6, 8, …

1) *Denne talrække starter med:* ____________
2) *Og man kommer fra et tal i rækken til det næste ved at* ____________________
- *Indsæt de 30 første tal fra denne række i området B5:B34*
3) *Hvad er det 27. tal i rækken?* ________________

Talrækken med ***de positive ulige tal*** er: 1, 3, 5, 7, …

4) *Denne talrække starter med:* ____________
5) *Og man kommer fra et tal i rækken til det næste ved at* ____________________
- *Indsæt de 30 første tal fra denne række i området C5:C34*
6) *Hvad er det 27. tal i rækken?* ________________

- *Rens området med de lige og ulige tal (B5:C34).*

Tallene i talrækken 1, 3, 6, 10, 15, … vil vi kalde for ***de naturlige sumtal***.

7) *Hvad er det næste tal i rækken?* ___________________
8) *Hvordan kommer man til det næste tal i rækken?* _______________________

	A	B
1	TALRÆKKER	
2		
3	**Naturlige**	**Naturlige**
4	**tal**	**sumtal**
5	1	1
6	2	3
7	3	6
8	4	10
9	5	15
10	6	

9) Hvilken formel kan man indsætte i celle B6 og dernæst kopiere til området B7:B34 for at frembringe de 30 første naturlige sumtal? ___________________________

10) Hvad er det 30. naturlige sumtal? ______________________________

Indtil nu er vi kommet til det næste tal i en talrække ved at bygge videre på de foregående tal i rækken. Ved de naturlig sumtal kan man også gøre noget andet:

****

I en anekdote fortælles, at den berømte tyske matematiker Carl Friedrich Gauss (1777-1855) som barn havde en matematiklærer, der en dag ønskede at have fred for sine elever. Han satte dem derfor til hver især at lægge alle tallene fra 1 til 100 sammen og mente så, at han ville have fred en times tid, men Gauss havde facit med det samme. Han blev naturligvis spurgt om, hvordan han havde fundet resultatet så hurtigt. Han forklarede så:

”Først tænkte jeg mig tallene skrevet i rækkeorden og dernæst nedenunder i modsat orden:

1	2	3	……	98	99	100
100	99	98	……	3	2	1
101	101	101	……	101	101	101

Når man så lægger dem parvis sammen, får man hele tiden 101. Altså får man 101 i alt 100 gange, men de 100 gange 101 giver jo summen af de første 100 naturlige tal taget to gange, så summen af de første 100 naturlige tal er 100*101/2 = 50*101 = 5050.”

****

Altså sumtal nr. 100 er 5050. Vi vil kort skrive det som: $\text{sumtal}_{100} = 5050$
Med denne metode kan man nemt finde fx det 10. sumtal: $\text{sumtal}_{10} = 10*(10+1)/2 = 55$

11) Find på tilsvarende måde $\text{sumtal}_5 =$ ______________
12) Find på tilsvarende måde $\text{sumtal}_{20} =$ ______________

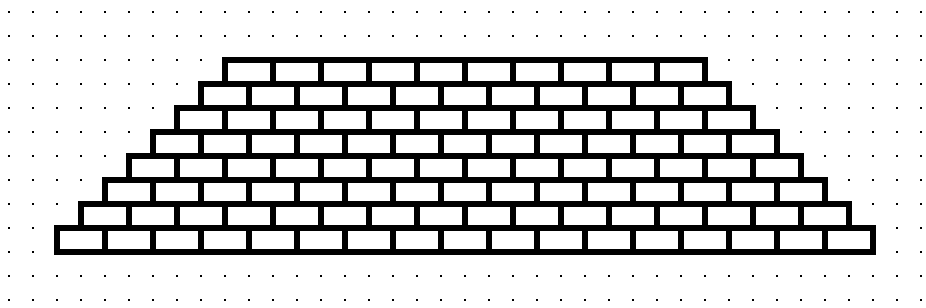
Altså har man her en måde til at finde et naturligt sumtal udelukkende ved hjælp af dets nummer i talrækken.

13) Hvilken formel skal indsættes i C9, for at man her får beregnet $\textit{sumtal}_5$ *udelukkende ved hjælp af indholdet i celle A9?* _____________________

- *Indsæt formlen i C9 og kopier den til området C5:C34.*
- *Tjek at sumtallene i kolonnerne B og C stemmer overens.*

Stablede dåser (Brug af de naturlige sumtal)

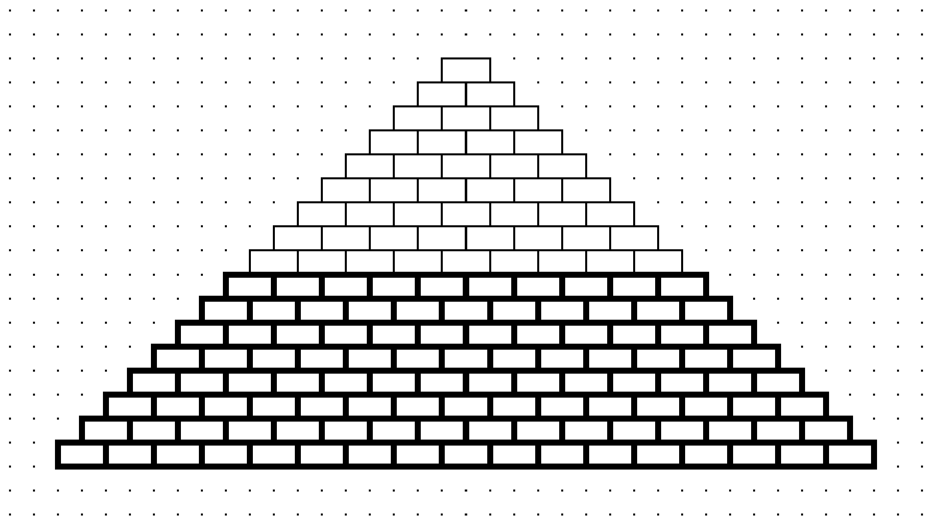
Dåserne i supermarkedet er stablet langs muren som vist nedenfor.



Spørgsmålet

14) Hvor mange mursten er der i trappemuren? ___________

kunne give anledning til meget tællearbejde, men man kunne måske med kendskab til de naturlige sumtal skyde en genvej ved hjælp af følgende idé:



De lige og ulige tal bestemt udelukkende ved deres nummer i talrækken

De lige og ulige tal kan ligesom sumtallene bestemmes udelukkende ved deres nummer i rækken:

15) Hvad skal du gøre ved tallet 6 for at få det sjette lige tal? _________________

16) Hvad skal du gøre ved tallet 6 for at få det sjette ulige tal? _________________

- *Udform et regneark som det efterfølgende. Værdierne i B8 og C8 skal fremkomme ved formler, der udelukkende bygger på indholdet i celle A8.*

	A	B	C
1	Tallets	Lige	Ulige
2	nummer	tal	tal
3	1		
4	2		
5	3		
6	4		
7	5		
8	6	12	11
9	7		
10	8		
11	9		
12	10		

- *Kopier indholdet af celle B8 til området B3:B12 og tjek, at de 10 første lige tal fremkommer.*

- *Kopier indholdet af celle C8 til området C3:C12 og tjek, at de 10 første ulige tal fremkommer.*

Direkte bestemmelse af et tal i talrækkerne for lige tal, ulige tal og sumtal

	A	B	C	D	E
1	Skriv tallets nummer i talrækken her:				6
2					
3	Det	6	. lige tal er:	12	
4	Det	6	. ulige tal er:	11	
5	Det	6	. sumtal er:	21	

- *Udform et regneark som det ovenfor. Kun E1 er en talcelle. B3:B5 og D3:D5 indeholder passende formler.*

Brug arket til at besvare følgende spørgsmål:

17) Hvad er det 389. lige tal? ____________________

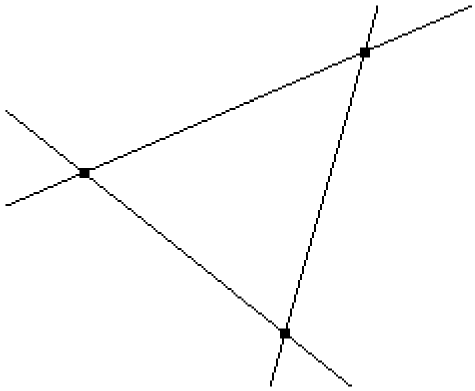
18) Hvad er det 17536. ulige tal? ____________________

19) Hvad er det 19997. naturlige sumtal? ____________________

Skæringspunkter mellem linier

I det følgende vil der ikke være nogen parallelle linier. Med andre ord alle linier vil skære hinanden. Endvidere går der igennem et skæringspunkt aldrig mere end to linier.

Tre linier (hvoraf ingen er parallelle) har altså som vist nedenfor (og som indsat i tabellen) tre skæringspunkter.



20) Gør tabellen færdig:

Antal linier	**Antal skæringspunkter**
2	
3	3
4	
5	
6	
7	
8	

21) Hvordan kommer man til næste tal i talrækken bestående af antal skæringspunkter?

____

____

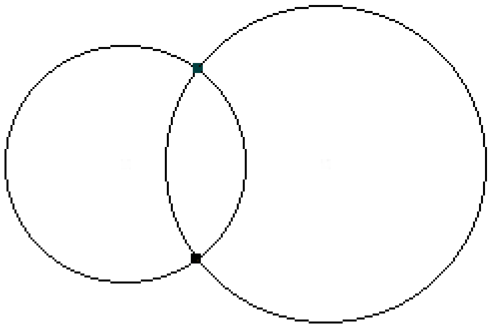
22) Hvilken kendt talrække udgør antallet af skæringspunkter? ____________________

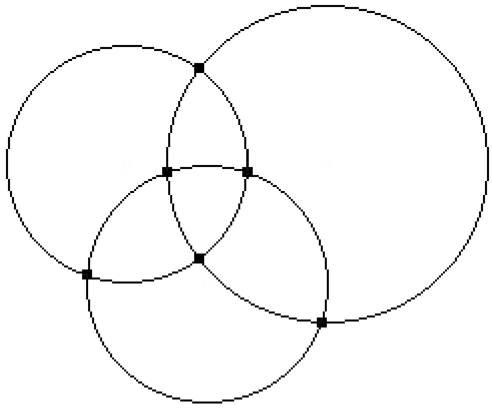
- *Udform et regneark, der frembringer tabellen ovenfor ved hjælp af kopiering af formler.*

23) Hvor mange skæringspunkter vil 201 linier have? _______________

Skæringspunkter mellem cirkler

For cirklerne i det følgende vil der gælde, at to cirkler altid har to fælles skæringspunkter og at der gennem et skæringspunkt aldrig går mere end to cirkler. To cirkler har altså som vist nedenfor (og som indsat i tabellen) 2 skæringspunkter.





24) Gør tabellen færdig.

Antal cirkler	**Antal skæringspunkter**
2	2
3	
4	
5	
6	

25) Hvordan kommer man til næste tal i talrækken bestående af antal skæringspunkter?

____

____

	A	B	C
1		Skæringspunkter	Skæringspunkter
2	Antal	mellem linier	mellem cirkler
3	2		2
4	3	3	
5	4		
6	5		
7	6		
8	7		
9	8		
10	9		
11	10		
12	11		

- *Udvid regnearket fra før, så det også frembringer talrækken for skæringspunkter mellem cirkler.*

26) Hvor mange skæringspunkter vil 50 cirkler have? __________________

27) Hvilken sammenhæng er der mellem antallet af skæringspunkter ved linier og ved cirkler?

** Udfordring:*

	A	B	C	D	E	F
1	Skriv antallet af linier/cirkler her:			6		
2						
3	Antal skæringspunkter mellem			6	linier er:	15
4	Antal skæringspunkter mellem			6	cirkler er:	30

- *Udform regnearket ovenfor, sådan at man blot behøver at taste antallet af linier eller cirkler ind for at få at vide, hvor mange skæringspunkter der er.*

28) Skriv også formlen i celle D3 her: __________________

29) Skriv også formlen i celle D4 her: __________________

30) Skriv også formlen i celle F3 her: __________________

31) Skriv også formlen i celle F4 her: __________________

Brug arket til at besvare følgende spørgsmål:

32) Hvor mange skæringspunkter er der mellem 13789 linier? __________________

33) Hvor mange skæringspunkter er der mellem 5000 cirkler? __________________

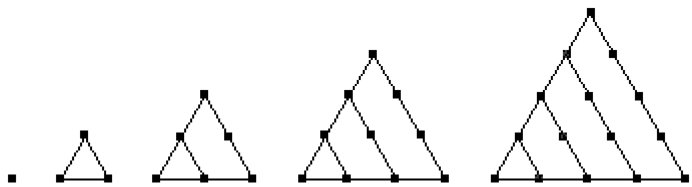
Talrækker (2)   (n-kanttal)

	A	B	C	D	E
1	n-kanttal				
2					
3	Nr.	Trekanttal	Firkanttal	Femkanttal	Sekskanttal
4	1	1	1	1	1
5	2	3	4	5	6
6	3				
7	4				
8	5				
9	6				
10	7				
:	:				

➢ *Frembring et regneark som det, der er startet på ovenfor. Numrene (Nr.) skal gå fra 1 til 20 og frembringes ved kopiering.*

Talrækkerne for trekanttal, firkanttal, femkanttal og sekskanttal starter alle med tallet 1 og dernæst tallet som har givet navn til rækken. Hvordan man kommer fra et tal i rækken til det næste kan beskrives på flere forskellige måder, og det kan være meget forskelligt, hvad man synes, der er den mest naturlige måde at beskrive det på.

Trekanttal



1   3   6   10

Trekanttallene kunne også kaldes for de naturlige sumtal.

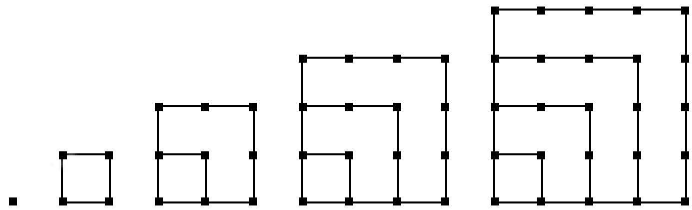
1) *Hvordan kommer man til det næste trekanttal i rækken?* ____________________________

➢ *Indsæt i celle B6 en formel, der angiver, hvordan man kommer til det næste trekanttal, og kopiér denne formel til området B7:B23, så man har de 20 første trekanttal.*

2) *Skriv formlen i celle B6 her:* ________________________

3) *Hvad er det 12. trekanttal?* _______________

Firkanttal



1 4 9 16

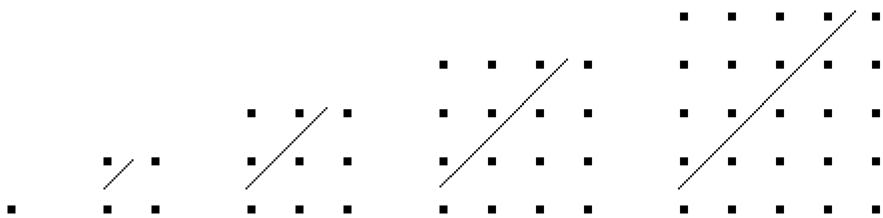
Firkanttallene kaldes også for kvadrattallene. Et firkanttal kan findes alene ved hjælp af dets nummer i rækken.

- *Indsæt i celle C6 en formel, der angiver, hvordan man kommer til det næste firkanttal, og kopiér denne formel til området C7:C23, så man har de 20 første firkanttal.*

4) *Skriv formlen i C6 her:* ______________________________

5) *Hvad er det 12. firkanttal?* ______________

Firkanttallene kan også findes ved hjælp af trekanttallene:

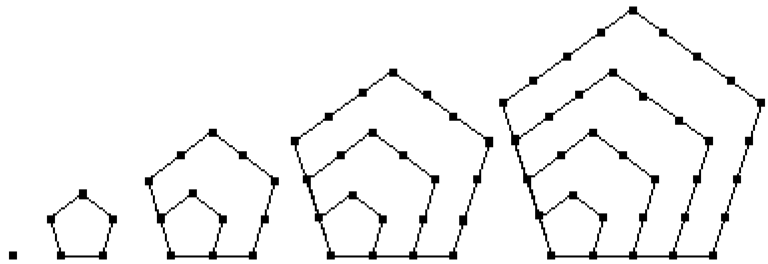


- *Indsæt i celle F6 en formel, der angiver det tredje firkanttal ved hjælp af trekanttal, og kopiér formlen for at finde flere firkanttal.*
- *Tjek med søjle C, at det er firkanttallene, der er fremkommet.*

6) *Skriv formlen i F6 her:* ____________________

- *Rens søjle F.*

Femkanttal



1 5 12 22

Nr. n	Femkanttal P_n	Afstand P_n-P_{n-1}	Afstanden forøges med
1	1		
2	5	4	
3	12	7	3
4			
5			

7) *Find det fjerde og femte femkanttal og udfyld de to sidste linier i skemaet.*

Som det ses af skemaet forøges afstanden mellem to på hinanden følgende femkanttal, når man går frem i talrækken, men den forøges altid med den samme størrelse.

8) *Hvad forøges afstanden mellem to på hinanden følgende femkanttal altid med?* ______

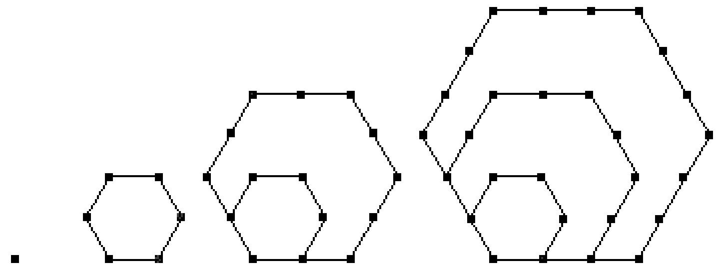
Dette kan man bruge til at finde en formel, der fortæller, hvordan man kommer til næste femkanttal. Det tredje femkanttal (i celle D6) kan findes ved at starte med det foregående femkanttal (i celle D5) og til dette lægge forskellen mellem de to foregående femkanttal forøget med 3 (dvs. (D5-D4)+3).

- *Indsæt i celle D6 en formel, der angiver, hvordan man kommer til det næste femkanttal og kopiér denne, så man har de 20 første femkanttal.*

9) *Skriv også formlen her:* ______________________

10) *Hvad er det 12. femkanttal?* ______________

Sekskanttal



1 6 15

Nr. n	Sekskanttal H_n	Afstand H_n-H_{n-1}	Afstanden forøges med
1	1		
2	6	5	
3	15	9	4
4			
5			

- *Find det fjerde og femte sekskanttal og udfyld de to sidste linier i skemaet.*

Som det ses af skemaet forøges afstanden mellem to på hinanden følgende sekskanttal, når man går frem i talrækken, men den forøges altid med den samme størrelse.

11) Hvad forøges afstanden mellem to på hinanden følgende sekskanttal altid med? ______

- *Indsæt i celle E6 en formel, der angiver, hvordan man kommer til det næste sekskanttal og kopiér denne, så man har de 20 første sekskanttal.*

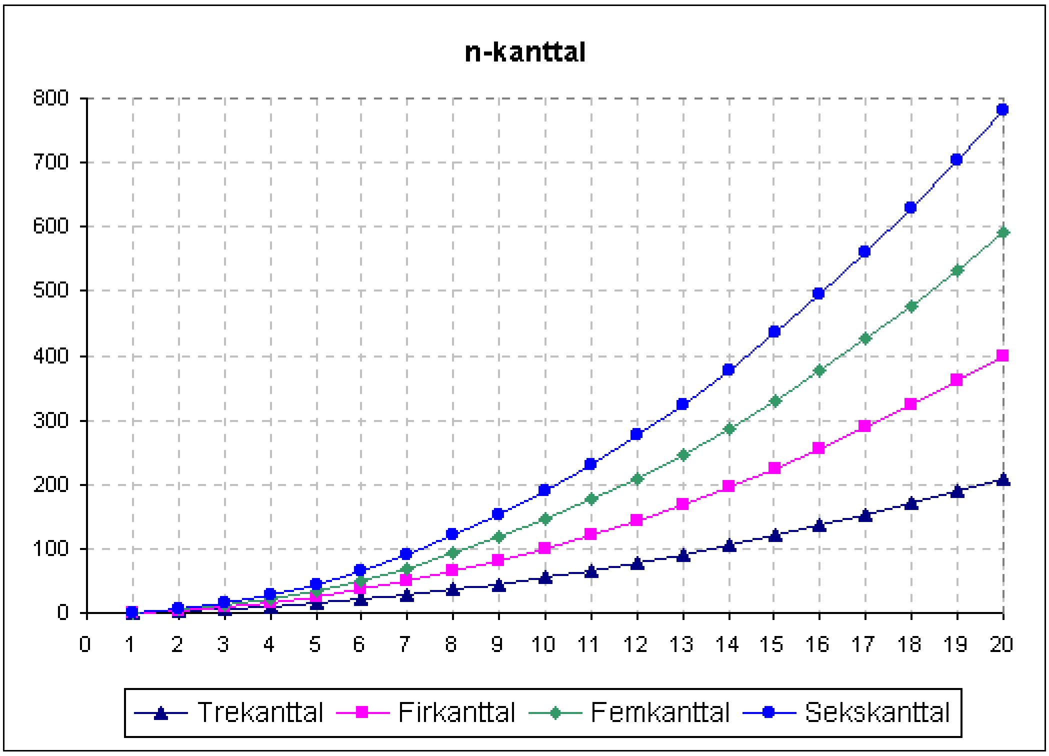
12) Skriv også formlen her: ____________________

13) Hvad er det 12. sekskanttal? _________________

Afbildning af tallene fra de 4 talrækker

- *Afmærk området med tallene og deres overskrifter.*
- *Klik på Guiden diagram knappen*  *(eller vælg Indsæt/Diagram)*
- *Vælg diagramtype XY-punkt og vælg undertype Punktdiagram med datapunkter forbundet med kurver.*
- *Indsæt titel og puds diagrammet af med passende skala, gitterlinier, farver osv.*

Husk, at man får mulighed for at ændre en speciel del af diagrammet ved at klikke med **højre** museknap på denne del.



Ser man på fx det 12. tal i hver af de 4 talrækker, ser det på grafen ud som om afstanden mellem trekanttal og firkanttal er den samme som afstanden mellem firkanttal og femkanttal og også den samme som afstanden mellem femkanttal og sekskanttal. Det samme gør sig gældende for andre numre end lige 12.

14) Ser tallene i regnearket ud til at bekræfte dette? ______

Hvis man tør tro på, at dette mønster også vil vise sig, hvis man begynder at undersøge syvkanttal, ottekanttal osv., så kan dette jo udnyttes til at frembringe disse talrækker.

- *Skriv teksten Syvkanttal i celle F3.*
- *Indsæt i celle F6 en formel, der finder det tredje syvkanttal ved hjælp af det tredje sekskanttal og det tredje femkanttal.*

15) Skriv også formlen her: ________________________

- *Tag en kopi af formlen i F6 og sæt den ind i området F4:F23, og tjek, at de første tal i rækken er syvkanttal.*

- *Find i søjle G afstanden mellem to på hinanden følgende syvkanttal og find i søjle H, hvad afstanden forøges med (jf. de to tidligere skemaer for femkanttal og sekskanttal).*

16) Hvad forøges afstanden mellem to på hinanden følgende syvkanttal altid med? ______

17) Hvad er det 12. syvkanttal? ______

- *Rens søjle G og H*

- *Vælg en af cellerne i området F4:F23 (et af syvkanttallene) og tag en kopi af dens formel.*

- *Afmærk dernæst området G4:I23 og indsæt kopien.*

18) Hvilke kanttal bruges til at beregne tallene i søjle G (se på formlerne i søjle G)?
____

19) Hvad er det for tal, der fremkommer i søjlerne G? ________________________

20) Hvad er det for tal, der fremkommer i søjlerne H? ________________________

21) Hvad er det for tal, der fremkommer i søjlerne I? ________________________

22) Hvor mange af kanttallene fra tre til ti kan afbildes samtidigt i et diagram? _________
(Prøv dig frem)

**Udfordring*

- *Find halvtredskanttallene ved fortsat kopiering til højre som ovenfor.*

23) Hvilken søjle kommer halvtredskanttallene til at stå i? _______

24) Hvad er det 13. halvtredskanttal? ____________

Denne metode kræver altså, at man frembringer alle kanttallene op til og med halvtredskanttallene.

Man kunne også udforme et regneark, hvor man blot skal indtaste ét tal for at få de tilhørende kanttal - altså indtast fx 50, og straks har man halvtredskanttallene. Det går det følgende ud på.

Vi har fundet, at afstanden mellem to på hinanden følgende tal i talrækken forøges med:
5 ved syvkanttallene
4 ved sekskanttallene
3 ved femkanttallene

25) Hvad mon forøgelsen af afstanden er ved firkanttallene? ____ *og trekanttallene?* ____
(tjek dine svar)

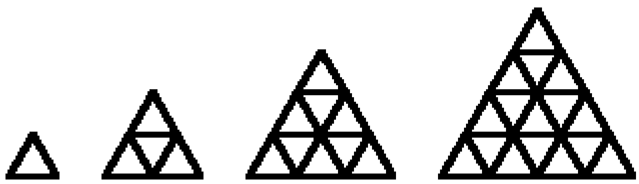
26) Hvad vil forøgelsen af afstanden være ved halvtredskanttallene? ______

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	n-kanttal, hvor	n=	17					
2	Forskellen mellem to på hinanden følgende tal forøges i næste omgang med:							15
3								
4	Nr.	n-kanttal						
5	1	1						
6	2	17						
7	3	48						
8	4	94						
9	5	155						
10	6	231						
11	7	322						

- *Udform et regneark, som det ovenfor, hvor man blot behøver at indtaste et tal i C1 for at få de tilhørende kanttal.*
- *Tjek regnearket ved undersøge om det korrekt finder trekanttallene og firkanttallene.*

27) *Hvad er det 13. halvtredskanttal? ___________ (forhåbentlig det samme, som det der blev fundet ovenfor.)*
28) *Hvad er det 13. tusindkanttal? ____________*

Toblerone pakker



Her er trekantede Toblerone chokoladepakker stablet.

29) *Hvor mange pakker er der i hver af de 4 viste stabler: ____, ____, ____, ____*

30) *Hvilken kendt talrække beskriver de voksende stabler? ________________*

31) *Hvis man starter med at lægge 10 pakker i bunden, hvor mange pakker skal man så bruge i alt for at stablen kommer til at danne en trekant? ___________*

32) *Hvis man har 150 pakker, hvor mange pakker kan man så højst starte med i bunden, hvis man vil have nok til at bygge stablen op som en trekant? ________ og hvor mange pakker bliver der så tilovers? ________*

Funktionsundersøgelse

Tabellægning og afbildning

Der findes mange programmer (fx INFA-programmet FUNKTION), der er udformet med det formål at kunne tegne det grafiske billede af en funktion, der er fastlagt ved en funktionsforskrift. Regneark kan også bruges i denne sammenhæng. Dog kan man ikke blot angive en funktionsforskrift og det interval, man ønsker funktionen afbildet i. Man må i regnearket udforme en tabel over funktionsværdier, ligesom man ville gøre det, hvis man i hånden skulle tegne funktionens graf. Regnearksprogrammet kan være behjælpeligt med at beregne tabelværdierne og kan afsætte tabelpunkterne i et koordinatsystem og forbinde dem med rette linier.

Der kræves således lidt mere detaljeret arbejde af brugeren, men hvis man i forvejen er fortrolig med regneark, er det nærliggende også at udnytte regnearksprogrammet mulighed for grafisk afbildning af funktioner i stedet for at skulle sætte sig ind i et specielt funktionstegneprogram.

Tabellægning og afbildning er et simpelt og oplysende udgangspunkt for undersøgelsen af en funktion.

Udform ark:
I arket nedenfor er der kun to talceller (C5 og C6). Bemærk, at funktionsforskriften i celle A4 blot er tekst. Hvis man vil tabellægge en anden funktion, må man rette formlen i celle B9 og kopiere den til cellerne B10:B19. Man bør i det tilfælde også huske at ændre teksten med funktionsforskriften i celle A4.

- *Udform selv arket*

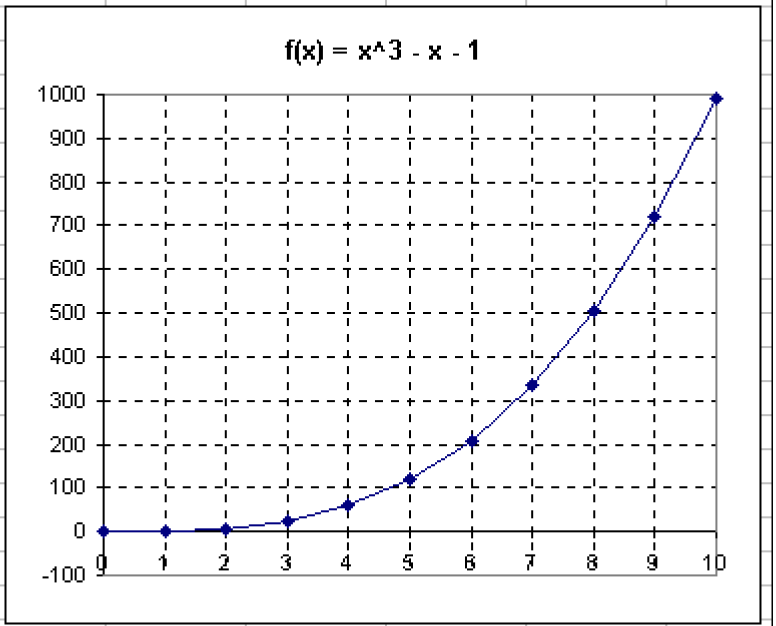
	A	B	C
1	Tabellægning af funktion		
2			
3	Funktionen er:		
4	f(x) = x^3 - x -1		
5	Startværdi for x:		0
6	Tilvækst for x:		1
7			
8	x	f(x)	
9	0	-1	
10	1	-1	
11	2	5	
12	3	23	
13	4	59	
14	5	119	
15	6	209	
16	7	335	
17	8	503	
18	9	719	
19	10	989	
20			

Formler i arket:

	A	B	C
1	Tabellægning		
2			
3	Funktionen e		
4	f(x) = x^3 - x		
5	Startværdi for		0
6	Tilvækst for x		1
7			
8	x	f(x)	
9	=C5	=A9^3-A9-1	
10	=A9+$C$6		
11			
12			
13		*Fyld nedad*	
14	*Fyld nedad*		
15			
16			
17			
18			
19	=A18+$C$6	=A19^3-A19-1	
20			

- *Afbild funktionen grafisk ud fra tabellen (diagrammet skal indsættes som objekt i arket).*

	A	B	C
1	Tabellægning af funktion		
2			
3	Funktionen er:		
4	f(x) = x^3 -x -1		
5	Startværdi for x:		0
6	Tilvækst for x:		1
7			
8	x	f(x)	
9	0	-1	
10	1	-1	
11	2	5	
12	3	23	
13	4	59	
14	5	119	
15	6	209	
16	7	335	
17	8	503	
18	9	719	
19	10	989	
20			

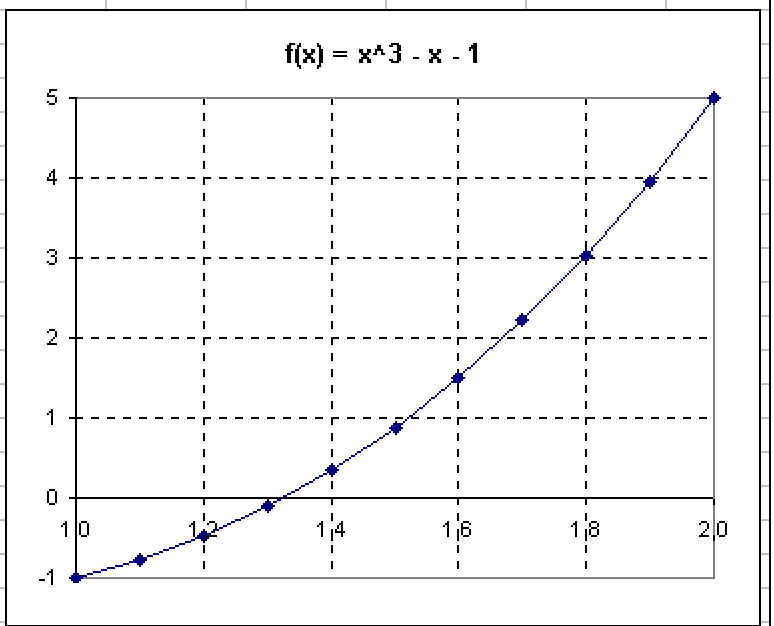


Find nulpunkt

Af tabellen ovenfor fremgår, at funktionsværdierne f(1) og f(2) har forskelligt fortegn. Funktionen må derfor antage værdien 0 i et punkt mellem 1 og 2.

1) *Sæt nu startværdien for x til 1 og tilvæksten til 0,1. Hvilken nærmere bestemmelse af nulpunktet har man nu?*

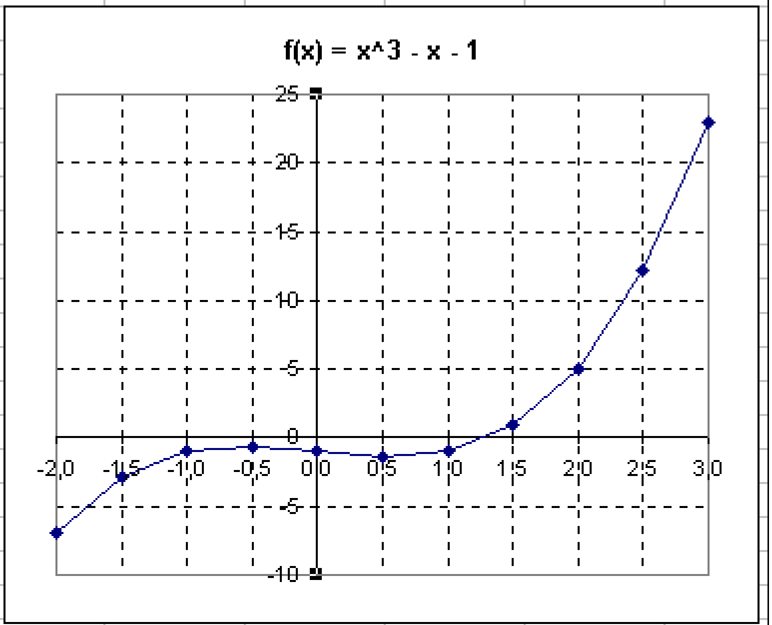
	A	B	C
1	Tabellægning af funktion		
2			
3	Funktionen er:		
4	f(x) = x^3 -x -1		
5	Startværdi for x:		1
6	Tilvækst for x:		0,1
7			
8	x	f(x)	
9	1,0	-1,000	
10	1,1	-0,769	
11	1,2	-0,472	
12	1,3	-0,103	
13	1,4	0,344	
14	1,5	0,875	
15	1,6	1,496	
16	1,7	2,213	
17	1,8	3,032	
18	1,9	3,959	
19	2,0	5,000	
20			



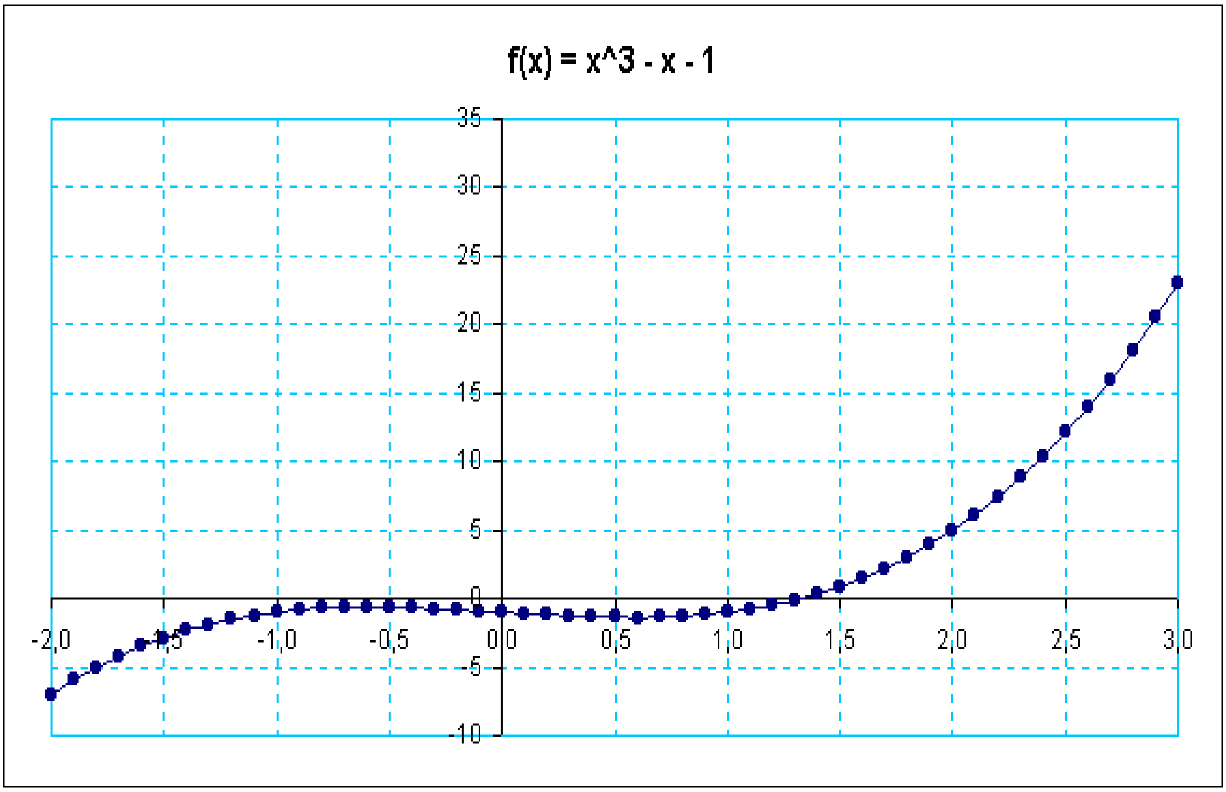
2) *Find et interval med længden 0,01, om hvilket vides, at det indeholder nulpunktet.*

Ved at starte afbildningen af funktionen i -2 og gå frem med en tilvækst på 0,5 kan man få et bedre overblik over funktionen:

	A	B	C
1	Tabellægning af funktion		
2			
3	Funktionen er:		
4	f(x) = x^3 -x -1		
5	Startværdi for x:		-2
6	Tilvækst for x:		0,5
7			
8	x	f(x)	
9	-2,0	-7,000	
10	-1,5	-2,875	
11	-1,0	-1,000	
12	-0,5	-0,625	
13	0,0	-1,000	
14	0,5	-1,375	
15	1,0	-1,000	
16	1,5	0,875	
17	2,0	5,000	
18	2,5	12,125	
19	3,0	23,000	
20			



Afbildningen af funktionen i det ovenfor viste interval vil blive mere nøjagtig, hvis man gør tabellen i regnearket længere ved yderligere kopiering af formlerne i de to kolonner, således at man kan formindske tilvæksten til fx 0,1. (Dette vil kræve, at man kopierer formlerne til række 59). Nedenfor er grafen vist i 'fuld skærmbillede'.



Nulpunktsjagt ved en fjerdegradsfunktion:

- *Ret i arket, så det kan bruges til at undersøge funktionen:*

$$f(x) = 15x^4 - 70x^3 - 225x^2 + 194$$

3) *Hvor mange og hvilke nulpunkter kan du finde? (Der kan højst være 4).*

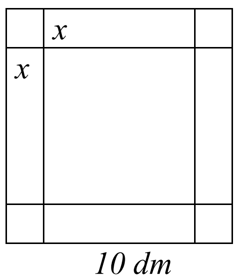
Find størsteværdi

- *Omform arket så det tabellægger funktionen:* $f(x) = x^3 - x + 2$
- *Sæt startværdien for x til -1 og skridtlængden til 0,1.*

Funktionsværdierne i tabellen er da først voksende og senere aftagende, og funktionen 'topper' tilsyneladende for en x-værdi mellem -0,7 og -0,5. Denne x-værdi omtales i øvrigt som et største-værdipunkt.

4) *Find et interval med længden 0,02, om hvilket vides, at det indeholder det ovenfor omtalte største-værdipunkt. For en så nøjagtig angivelse vil det være nødvendigt at angive funktionsværdierne i kolonne B med 4 decimaler.*

Brug arket til at finde størsteværdi for rumfang af en kasse:



Af en kvadratisk blikplade med sidelængde 10 dm skal der fremstilles en kasse uden låg. I hvert af de fire hjørner bortskæres et kvadrat med sidelængde x dm, hvorefter pladen bukkes langs de fire linier, så der fremkommer en åben kasse med højden x dm.

5) *I hvilket interval må x ligge?* ________________

6) *Udtryk kassens rumfang som en funktion af x :* $f(x) =$____________________

7) *Bestem den værdi af x, for hvilken kassens rumfang bliver størst:* ___________

Indbyggede funktioner

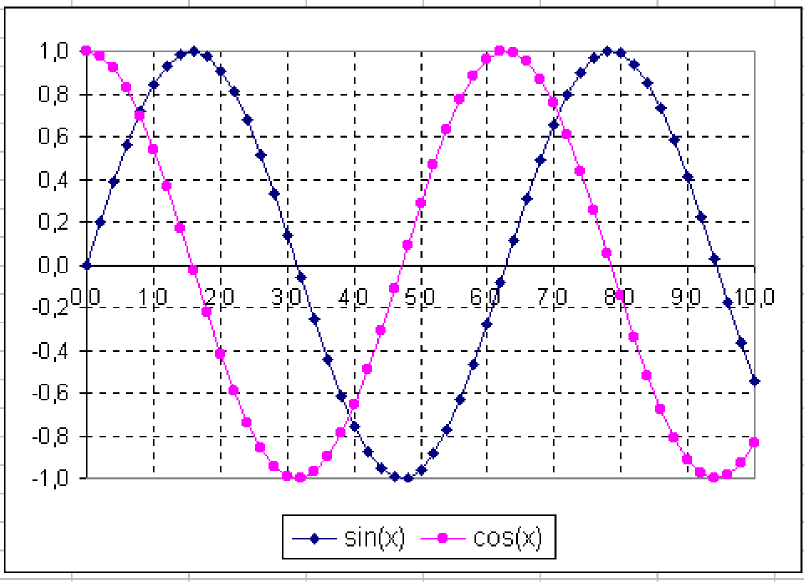
Regnearksprogrammer kommer med almindelige matematiske funktioner, fx de trigonometriske, indbygget, således at de frit kan anvendes i regnearkets formler.

- *Udskift funktionen i arket Tabel med sinus-funktionen. (I celle B9 indsættes formlen =sin(A9), og denne fyldes nedad til B10:B59). Sæt startværdi for x til 0 og tilvækst for x til 0,2.*

- *Udvid arket således, at der i kolonne C anbringes funktionsværdier af cosinus funktionen. (I celle C9 indsættes formlen =cos(A9), og denne fyldes nedad til C10:C59).*

- *Afbild de to funktioner i samme koordinatsystem.*

	A	B	C
1	Tabellægning af funktion		
2			
3	Funktionerne er:		
4	sinus og cosinus		
5	Startværdi for x:		0
6	Tilvækst for x:		0,2
7			
8	x	sin(x)	cos(x)
9	0,0	0,000	1,000
10	0,2	0,199	0,980
11	0,4	0,389	0,921
12	0,6	0,565	0,825
13	0,8	0,717	0,697
14	1,0	0,841	0,540
15	1,2	0,932	0,362
16	1,4	0,985	0,170
17	1,6	1,000	-0,029
18	1,8	0,974	-0,227
19	2,0	0,909	-0,416
20	2,2	0,808	-0,589
21	2,4	0,675	-0,737



Man har nu de karakteristiske 'bølgende' kurver for sinus og cosinus.

- *Prøv nu at sætte tilvæksten for x til at være 6,283.*

8) Hvad sker der med graferne? Forklar, hvorfor afbildningen ser ud, som den gør.

Skæring

I afsnittet om funktionerne er brugt tilnærmet beregning til at løse opgaver, hvori indgår funktioner af meget forskellig art. Ved tilnærmet beregning får man ikke med det samme en eksakt løsning, men man kan ved at fortsætte længe nok få bestemt en løsning med så stor nøjagtighed, som man ønsker. Ved simple funktioner har vi imidlertid mere direkte og eksakte metoder, og disse kan naturligvis også anvendes i et regneark.

Skæring mellem to linier

- *Udform et regneark (som det nedenfor viste), der tabellægger to lineære funktioner:*
  $$f(x) = ax + b$$
  $$g(x) = cx + d$$
  Konstanterne (parametrene) a, b, c og d, samt startværdi og tilvækst for x skal angives i talceller, således at man blot ved at ændre i disse talceller kan bestemme dels hvilke lineære funktioner, der skal tabellægges, og dels hvilke punkter, der skal indgå i tabellen.

- *Brug arket til grafisk at illustrere skæring mellem linierne givet ved:*
  $$f(x) = 2x + 3$$
  $$g(x) = 7x + 1$$

- *Prøv med forskellige værdier for a, b, c og d, og iagttag virkningen på diagrammet.*

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	**Skæring mellem to linier:**			f(x) =	2	x +	3		
2				g(x) =	7	x +	1		
3	Tabel:								
4	Startværdi for x:		0	Beregning af eventuelt skæringspunkt:					
5	Tilvækst for x.		0,1	(	**0,4**	;	**3,8**	)	
6									
7	x	f(x)	g(x)						
8	0,00	3,00	1,00						
9	0,10	3,20	1,70						
10	0,20	3,40	2,40						
11	0,30	3,60	3,10						
12	0,40	3,80	3,80						
13	0,50	4,00	4,50						
14	0,60	4,20	5,20						
15	0,70	4,40	5,90						
16	0,80	4,60	6,60						
17	0,90	4,80	7,30						
18	1,00	5,00	8,00						
19	1,10	5,20	8,70						
20	1,20	5,40	9,40						

Et eventuelt skæringspunkt mellem de to linier kunne man lede efter vha. tabellen, men man kunne også indsætte formler (sådan som det ovenfor er gjort i E5 og G5), der direkte beregner koordinaterne for et eventuelt skæringspunkt.

Skæring mellem de to linier fås for: $ax + b = cx + d$

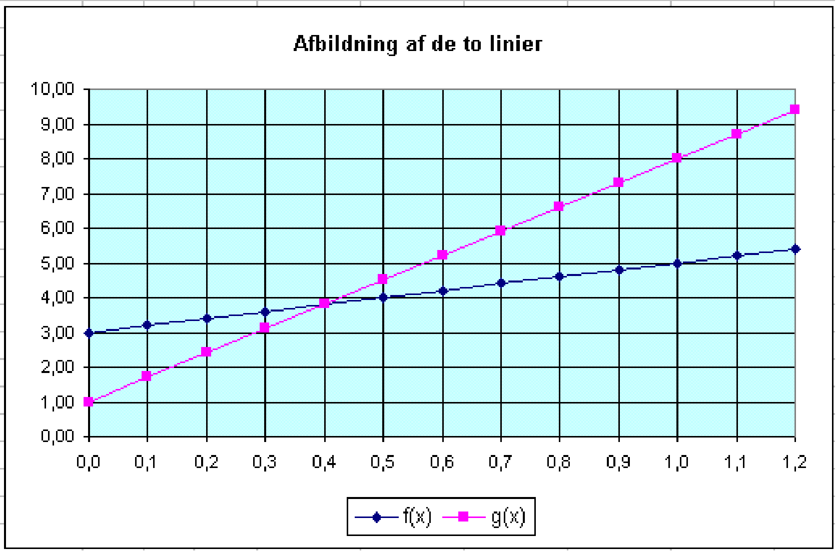
dvs. $x(a - c) = d - b$

altså $x = (d - b)/(a - c)$ (forudsat $a \neq c$)

- *Erstat a, b, c og d af de respektive cellenavne og indsæt formlen i E5.*
- *Anden koordinaten til skæringspunktet findes så i G5 ved at indsætte x-værdien fra E5 i et af de to funktionsudtryk.*

1) *Giv en forklaring på, hvad der sker med regnearkets beregning af skæringspunktets koordinater, når de to linier er parallelle?*

	A	B	C	D	E	F	G
1	**Skæring mellem to linier:**			f(x) =	2	x +	3
2				g(x) =	7	x +	1
3	Tabel:						
4	Startværdi for x:		0				
5	Tilvækst for x.		0,1				
6							
7	x	f(x)	g(x)				
8	0,00	3,00	1,00				
9	0,10	3,20	1,70				
10	0,20	3,40	2,40				
11	0,30	3,60	3,10				
12	0,40	3,80	3,80				
13	0,50	4,00	4,50				
14	0,60	4,20	5,20				
15	0,70	4,40	5,90				
16	0,80	4,60	6,60				
17	0,90	4,80	7,30				
18	1,00	5,00	8,00				
19	1,10	5,20	8,70				
20	1,20	5,40	9,40				
21							
22							



Taxa

Hos firmaet Super Taxa betaler man 30 kr. i startpris, så snart man sætter sig ind i taxaen, og derudover betaler man 8 kr. pr. km man kører.
Hos et andet firm Prima Taxa betaler man kun 10 kr. i startpris, men til gengæld betaler man så 9 kr. pr. km, man kører.
Brug arket til at besvare og illustrere besvarelsen til følgende spørgsmål:

2) *Hvor lang skal turen være, for at det bedst kan betale sig at køre med Super Taxa, og hvor lang skal turen være, for at det bedst kan betale sig at køre med Prima Taxa.*

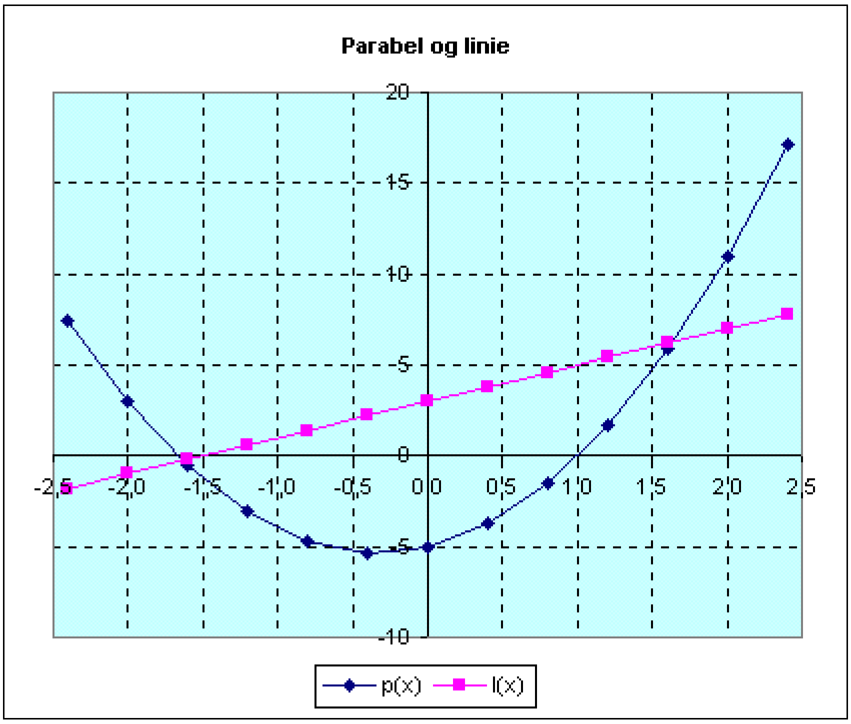
3) *Hvis man har 125 kr., hvor langt kan man så køre med:*
   Super Taxa: ___________
   Prima Taxa: ___________

Skæring mellem parabel og linie

- *Udform et regneark (som nedenfor vist), der i lighed med det foregående tabellægger to funktioner, men denne gang funktionerne:*
  $$p(x) = ax^2 + bx + c \quad \text{og} \quad l(x) = dx + e$$

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	**Skæring mellem parabel og linie:**				p(x) =	3	x^2 +	2	x +	-5	
2					l(x) =			2	x +	3	
3					Man har så:						
4					p(x)-l(x) =	**3**	x^2 +	**0**	x +	**-8**	
5	Tabel:					Diskriminanten er her:				D =	**96**
6	Startværdi for x:		-2,4			Kvadratroden af D:			kvrod(D) =		**9,80**
7	Tilvækst for x:		0,4								
8						Skæringspunkter:					
9	x	p(x)	l(x)				(	**1,63**	;	**6,27**	)
10	**-2,40**	**7,48**	**-1,80**				(	**-1,63**	;	**-0,27**	)
11	**-2,00**	**3,00**	**-1,00**								
12	**-1,60**	**-0,52**	**-0,20**								
13	**-1,20**	**-3,08**	**0,60**								
14	**-0,80**	**-4,68**	**1,40**								
15	**-0,40**	**-5,32**	**2,20**								
16	**0,00**	**-5,00**	**3,00**								
17	**0,40**	**-3,72**	**3,80**								
18	**0,80**	**-1,48**	**4,60**								
19	**1,20**	**1,72**	**5,40**								
20	**1,60**	**5,88**	**6,20**								
21	**2,00**	**11,00**	**7,00**								
22	**2,40**	**17,08**	**7,80**								

- *Prøv med forskellige værdier for a, b, c, d og e, og iagttag virkningen på diagrammet.*



Også her kan man finde formler, der direkte giver koordinaterne til eventuelle skæringspunkter. I arket ovenfor beregnes p(x)-l(x) og eventuelle skæringspunkter vil så være at finde som nulpunkter for 2. grads funktionen p(x)-l(x).

Lidt repetition:
Nulpunkt for en 2. grads funktionen $f(x) = ax^2 + bx + c$:
Find diskriminanten: $D = b^2 - 4ac$
Hvis D<0, har funktionen ingen nulpunkter
Hvis D=0, har funktionen 1 nulpunkt
Hvis D>0, har funktionen 2 nulpunkter, nemlig for:
x_1 = (-b+kvrod(D))/(2a) og
x_2 = (-b-kvrod(D))/(2a)
(hvor kvrod(D) står for kvadratroden af D)

- *Udbyg arket, så det angiver koordinaterne for eventuelle skæringspunkter mellem parablen og linien.*

4) *Hvad er skæringen mellem* $p(x) = 3x^2 + 2x - 5$ *og* $l(x) = 8x-5$

5) *Hvad er skæringen mellem* $p(x) = 3x^2 + 2x - 5$ *og* $l(x) = 8x-8$

6) *Hvad er skæringen mellem* $p(x) = 3x^2 + 2x - 5$ *og* $l(x) = 8x -10$

7) *Giv en forklaring på, hvad der sker med regnearkets beregning af skæringspunkternes koordinater, når parablen og linien ikke skærer hinanden?*

Skæring mellem to parabler

- *Omform arket, sådan at det tabellægger, afbilder og beregner eventuelle skæringspunkter mellem to parabler.*

8) *Brug det til at finde skæringspunkterne mellem :*

$$p(x) = 3x^2 + 2x - 5$$
$$q(x) = -2x^2 + 2x + 3$$

Tante Agathes 4 planer

Peter har en rig tante, som er matematiker. Hun skriver det efterfølgende brev til Peter:

> **Kære Peter**
>
> **Nu da jeg er blevet 70 år, vil jeg give dig nogle af mine penge. Jeg vil startende nu give dig et beløb hvert år. Du kan selv bestemme hvilken af følgende fire planer, jeg skal bruge.**
>
> **Plan 1: 1000 kr. nu, 900 kr. næste år, 800 kr. året efter osv.**
>
> **Plan 2: 100 kr. nu, 200 kr. næste år, 300 kr. året efter osv.**
>
> **Plan 3: 100 kr. nu, 1½ gang så meget næste år, 1½ gang så meget igen det efterfølgende år, osv.**
>
> **Plan 4: 10 kr. nu, 20 kr. næste år, 40 kr. året efter, 80 kr. året efter det, osv.**
>
> **Naturligvis er disse planer kun i kraft, så længe jeg lever. Jeg ser frem til at høre hvilken plan, du vælger, og hvorfor!**
>
> **Kærlig hilsen**
> **Tante Agathe**

Udform et regneark, der kan være nyttigt, når der skal svares på brevet.

9) Svar på brevet.

Statistik

Session

Før unge mænd indkaldes til militærtjeneste, skal de møde på session, hvor man blandt andet måler deres højde. Resultaterne af målingerne på en session fremgår af regnearksudskriften nedenfor. Intervalgrænserne er givet i centimeter. Der optræder udelukkende tekst- og talceller i regnearket.

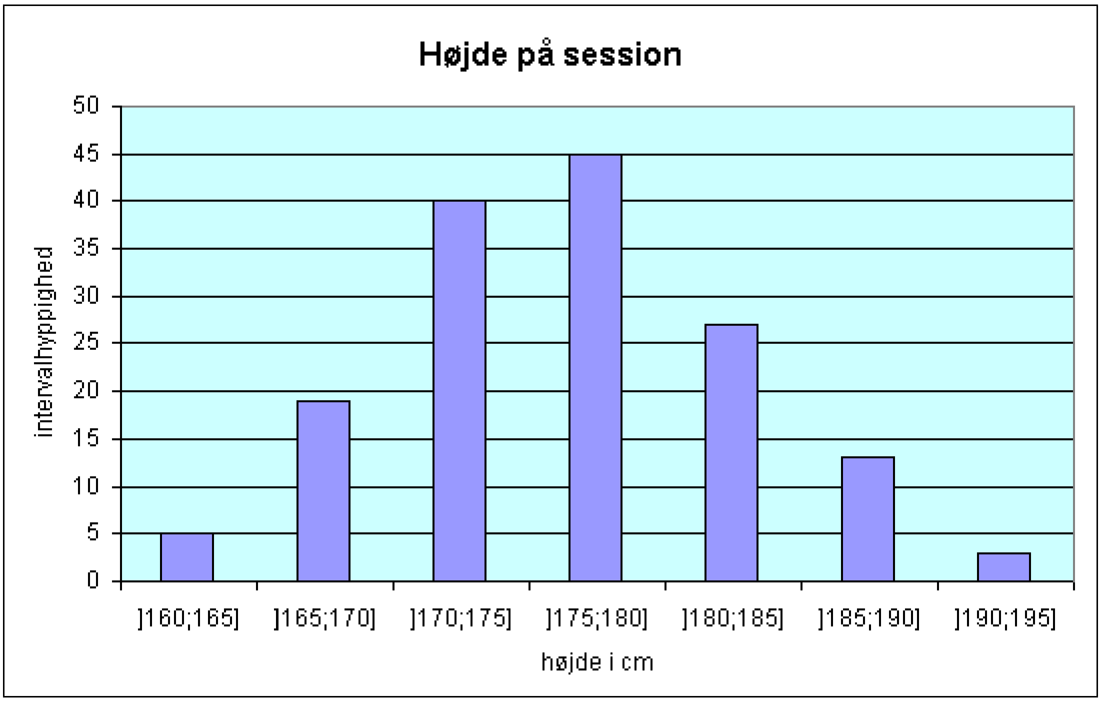
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	**Session**									
2										
3	Nedenfor ses resultatet af højdemålingerne ved en session.									
4	Intervallerne er halvåbne: den øvre grænse hører med til intervallet, men den									
5	nedre grænse hører ikke med.									
6										
7				Interval-	Summeret		Summeret	Interval-		
8	Intervalgrænser			hyppighed	interval-	Interval-	interval-	midtpunkt		
9	Nedre	Øvre	Interval	(h)	hyppighed	frekvens	frekvens	(M)	h*M	
10	160	165	]160;165]	5						
11	165	170	]165;170]	19						
12	170	175	]170;175]	40						
13	175	180	]175;180]	45						
14	180	185	]180;185]	27						
15	185	190	]185;190]	13						
16	190	195	]190;195]	3						
17		Sum:						Sum:		
18								Gennemsnit:		

Intervalangivelsen i kolonne C er indtastet som tekst, mens intervalgrænserne i kolonnerne A og B er angivet som tal. Disse sidste kan regnearket altså regne på, fx når man skal finde intervalmidtpunkterne i kolonne H, men teksterne i kolonne C kan kun anvendes som fx kategorietiketter i et søjlediagram.

- *Udform regnearket som ovenfor, og indsæt dernæst de manglende formler, så arket ser ud som nedenfor. Brug kopiering af formler, hvor det er muligt.*

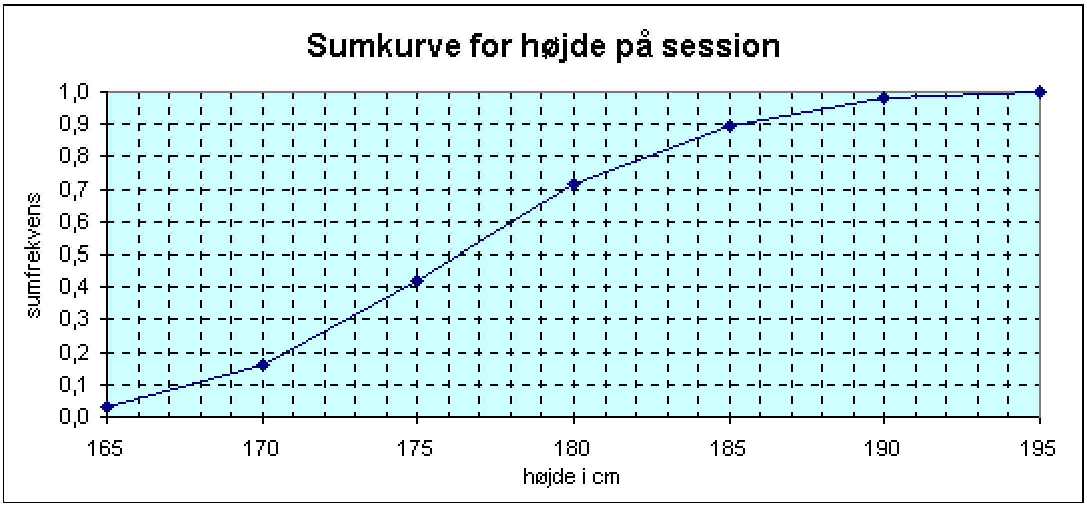
	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	**Session**								
2									
3	Nedenfor ses resultatet af højdemålingerne ved en session.								
4	Intervallerne er halvåbne: den øvre grænse hører med til intervallet, men den								
5	nedre grænse hører ikke med.								
6									
7				Interval-	Summeret		Summeret	Interval-	
8	Intervalgrænser			hyppighed	interval-	Interval-	interval-	midtpunkt	
9	Nedre	Øvre	Interval	(h)	hyppighed	frekvens	frekvens	(M)	h*M
10	160	165	]160;165]	5	5	0,033	0,033	162,5	812,5
11	165	170	]165;170]	19	24	0,125	0,158	167,5	3182,5
12	170	175	]170;175]	40	64	0,263	0,421	172,5	6900,0
13	175	180	]175;180]	45	109	0,296	0,717	177,5	7987,5
14	180	185	]180;185]	27	136	0,178	0,895	182,5	4927,5
15	185	190	]185;190]	13	149	0,086	0,980	187,5	2437,5
16	190	195	]190;195]	3	152	0,020	1,000	192,5	577,5
17		Sum:		152				Sum:	26825,0
18								Gennemsnit:	176,5

➢ *Brug data fra kolonnerne C og D til at frembringe søjlediagrammet nedenfor.*



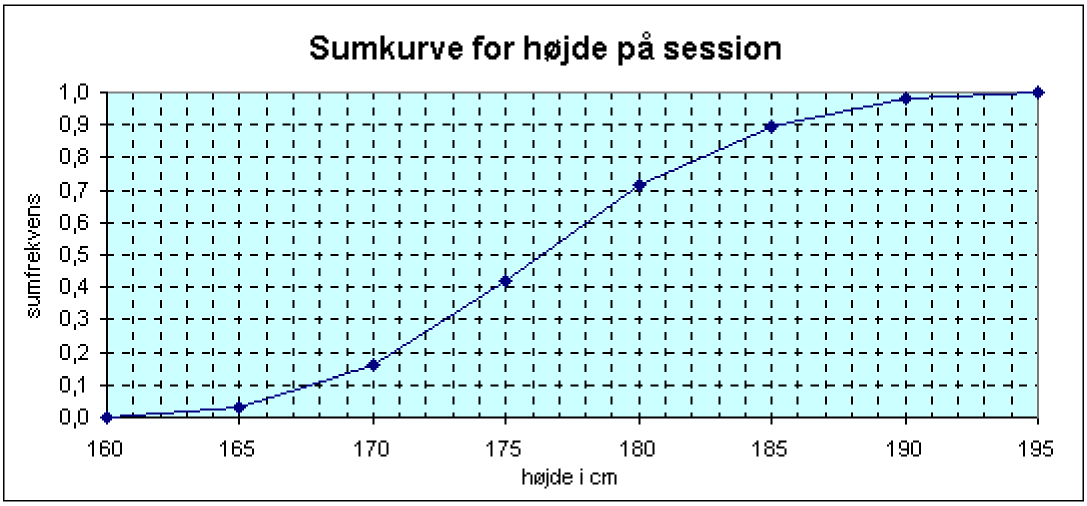
Til sumkurven vist nedenfor skal bruges Øvre intervalgrænse og Summeret intervalfrekvens. Disse to kolonner står ikke ved siden af hinanden. Det kan klares på følgende måde:

➢ *Afmærk området B10:B16 ved at trække over det med musen.*
➢ *Hold så Ctrl-tasten nede, mens der trækkes over G10:G16.*
➢ *Klik på knappen Guiden diagram og vælg XY-punkt og Punktdiagram med datapunkter forbundet med kurver*
➢ *Gå gennem Guiden diagram og skriv titel, indsæt gitterlinjer osv.*



Ved sumkurven ovenover har man ikke fået med, at den summerede frekvens for 160 er 0.

➢ *Foretag ændringer først i regnearket og siden i diagrammet for at få det til at se ud som nedenfor (der er den summerede frekvens for 160 kommet med)*



Karakterer

Nedenfor er givet karakterfordelingen i dansk stil ved studentereksamen 1968.

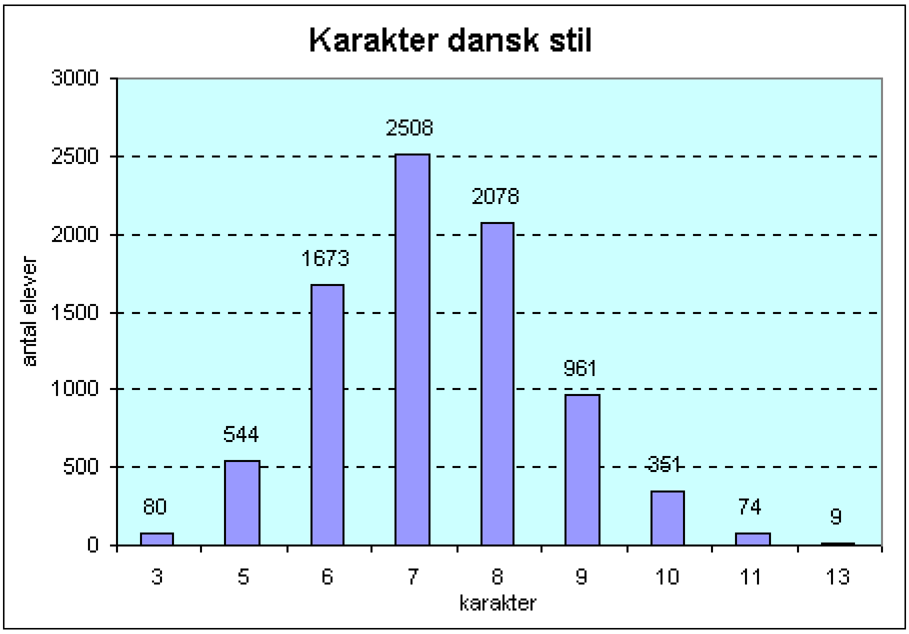
Karakter	3	5	6	7	8	9	10	11	13
Antal	80	544	1673	2508	2078	961	351	74	9

➢ *Indsæt hyppighedsfordelingen i et regneark som vist nedenfor*

	A	B	C	D	E	F
1	**Karakter**					
2						
3			summeret		summeret	
4	karakter	hyppighed	hyppighed	frekvens	frekvens	karakter*hyppighed
5	3	80				
6	5	544				
7	6	1673				
8	7	2508				
9	8	2078				
10	9	961				
11	10	351				
12	11	74				
13	13	9				
14	Sum:				Sum:	
15					Gennemsnit:	

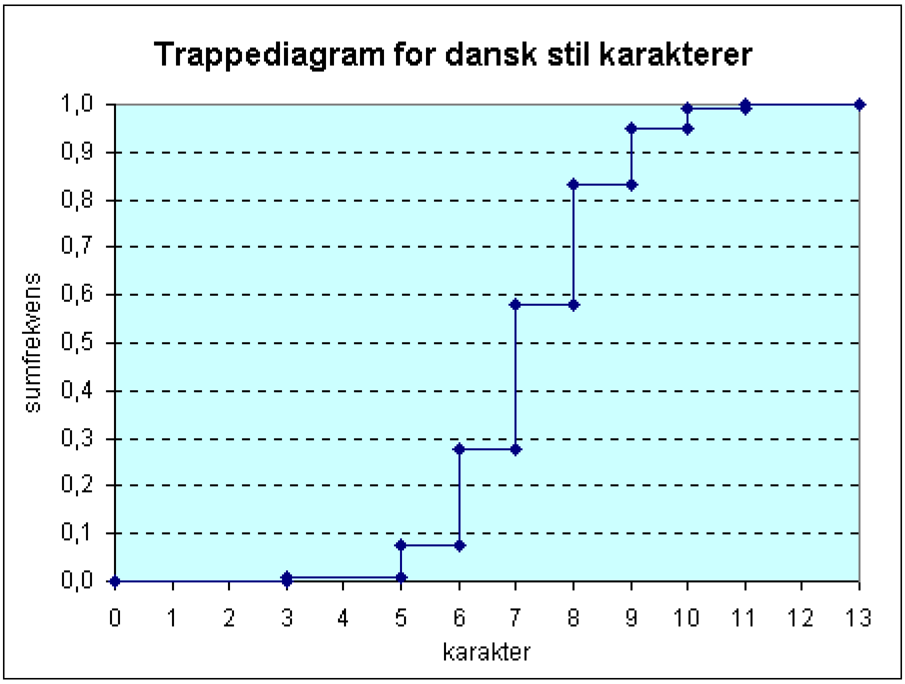
➢ *Indsæt de manglende formler. Brug kopiering af formler, hvor det er muligt.*

➢ *Fremstil nedenstående søjlediagram over karaktererne*



Med Excel er det ikke enkelt at fremstille et trappediagram for de summerede frekvenser, men det kan lade sig gøre, som det ses nedenfor. Diagramtypen er: *XY-punkt* og *Punktdiagram med datapunkter forbundet med kurver.* Ved denne diagramtype afsættes de i regnearket afmærkede talpar i et koordinatsystem og forbindes (i den orden de er angivet) med rette linier. Der er altså en skalering på den vandrette akse - det er ikke blot kategorier, der afsættes.

- *Fremstil selv det viste trappediagram. (Skriv i regnearket en tabel med koordinaterne til de 18 punkter. Tag udgangspunkt i karaktererne og deres summerede frekvenser og suppler med passende punkter for at få de vandrette streger i trappediagrammet frem.)*



Simulering (1)

Excel er forsynet med den indbyggede funktion SLUMP(), der ved hver beregning af arket giver et tilfældigt tal fra det halvlukkede interval [0;1[. Man kan altid ved tryk på funktionstasten F9 fremtvinge en gennemregning af arket.

- ➢ *Indsæt formlen =slump() i en celle, og bemærk at der så vises et tal, der er mindre end 1 og større end (eller lig med) 0.*
- ➢ *Frembring nye tilfældige tal fra dette interval ved at trykke på funktionstasten F9.*

Ofte vil man imidlertid være interesseret i at frembringe tilfældigt et af de n første naturlige tal: 1, 2, 3, …, n.

Fx vil man ved simulering af terningkast være interesseret i at frembringe tilfældigt et af tallene 1, 2, 3, 4, 5, 6.
Dette kan gøres med formlen =heltal(slump()*6)+1
Forklaring:
- slump() henter jo sit tilfældige tal fra intervallet [0;1[, så slump()*6 vil give et tilfældigt tal fra intervallet [0;6[
- funktionen heltal giver det største heltal, der er mindre end eller lig med tallet, så heltal(slump()*6) vil give et tilfældigt af tallene 0, 1, 2, 3, 4, 5
- lægges til slut 1 til får man altså et tilfældigt af tallene 1, 2, 3, 4, 5, 6

- ➢ *Efterprøv selv forklaringen med formlerne*
  *= slump()*6*
  *= heltal(slump()*6)*
  *= heltal(slump()*6)+1*

Muligvis har din Excel også funktionen SLUMPMELLEM(*mindst*;*størst*), som giver et tilfældigt af heltallene i intervallet [mindst;størst]. Altså kan fx formlen =slumpmellem(1;6) bruges til simulering af et terningkast.
Hvis din Excel ikke vil kendes ved funktionen SLUMPMELLEM kan du nok installere den ved i menuen at vælge *Funktioner/Tilføjelsesprogrammer…* og dernæst afmærke *Analysis ToolPak.*

Møntkast

Ved simulering af møntkast har man brug for to muligheder (svarende til plat og krone), der har lige stor chance for at forekomme. Man kunne fx lade 1 svare til krone og 0 svare til plat, så ville man i en celle kunne simulere et møntkast med formlen:
=SLUMPMELLEM(0;1)
eller med formlen
=HELTAL(SLUMP()*2)

I det nedenfor viste regneark er en sådan formel indsat i A7, hvorefter den er *fyldt til højre* til J7, og dernæst er området (A7:J7) *fyldt nedad* til række 16. Ved hver gennemregning af arket vil man nu få simuleret 100 møntkast.

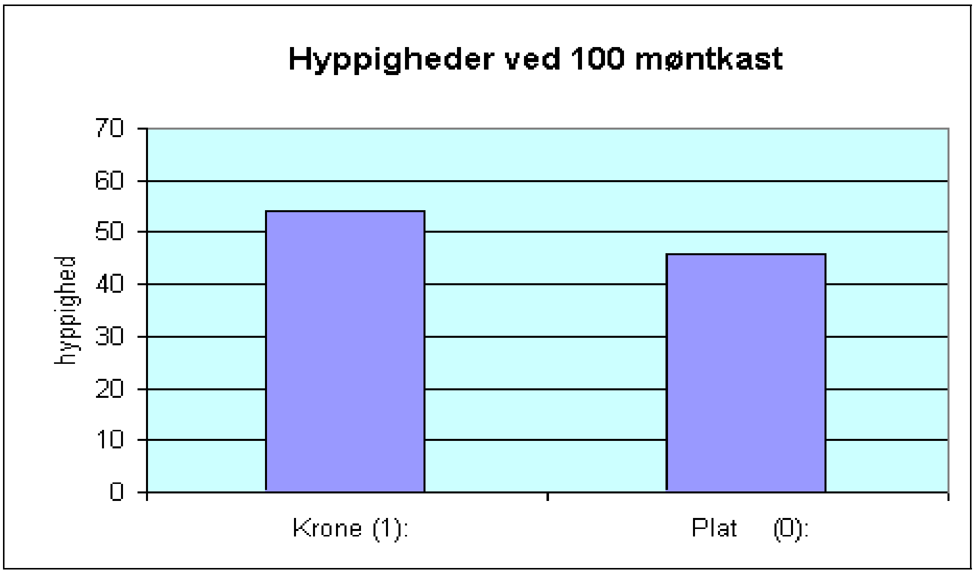
- ➢ *Indsæt de 100 formler på den angivne måde*

Antallet af 1-taller (som jo vil angive, hvor mange kronekast der er) kan man finde som summen af alle værdierne i området (A7:J16).

➢ *Find antallet af platkast i B22, som forskellen mellem 100 og antallet af kronekast*
➢ *Indsæt de resterende formler, så statistik skemaet fungerer efter hensigten*

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	**Simulering af 100 møntkast**									
2										
3	I hver af de 100 celler i området (A7:J16) simuleres et møntkast ved hver gennemregning af arket.									
4	Der er brugt følgende kode: 0 svarer til plat og 1 svarer til krone									
5	Få de 100 mønter kastet igen ved tryk på funktionstasten **F9**, der bevirker en gennemregning af arket.									
6										
7	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1
8	0	1	1	0	1	1	0	1	0	0
9	0	1	1	1	1	0	1	0	1	0
10	0	0	1	0	1	0	1	0	1	1
11	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0
12	1	0	0	0	1	1	1	1	1	0
13	1	1	1	1	0	0	0	1	0	1
14	0	1	0	1	1	1	1	0	1	0
15	1	0	1	1	0	0	1	1	0	1
16	0	0	0	1	0	1	1	1	1	0
17										
18	**Statistik:**									
19				Summeret	Summeret					
20		Hyppighed	Frekvens	hyppighed	frekvens					
21	Krone (1):	54	0,540	54	0,540					
22	Plat (0):	46	0,460	100	1,000					
23	Sum:	100	1,000							

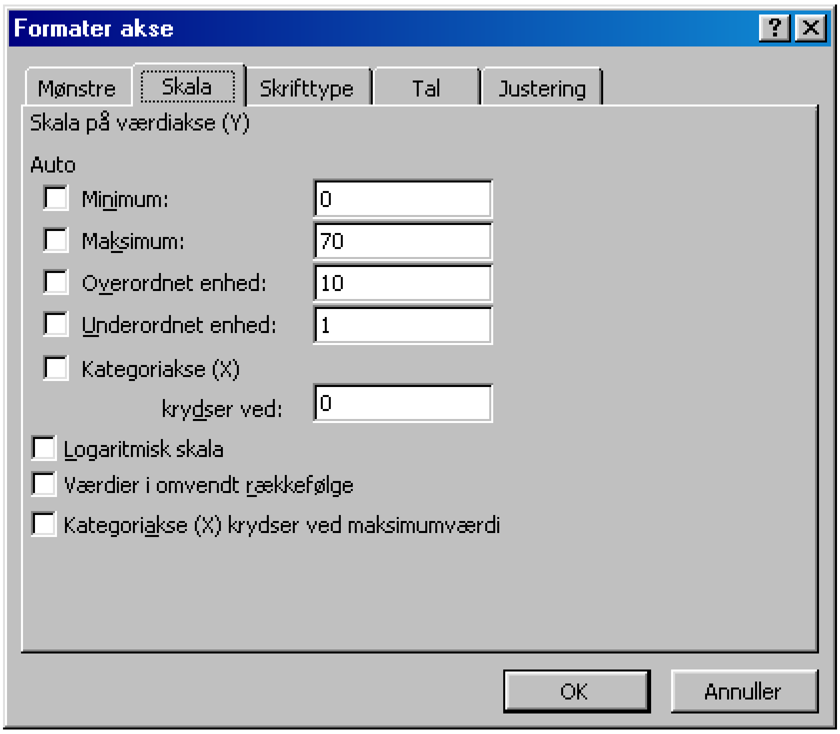
➢ *Kast de 100 mønter nogle gange, og tjek at statistik skemaet 'følger pænt med'*
➢ *Udform et søjlediagram (se nedenfor) over hyppighederne af krone og plat, og brug F9 for at se at søjlerne ændre sig med simuleringsresultaterne*



➢ *Klik i arket, så det bliver aktivt, og udfør så nye simuleringer vha. funktionstasten F9. Bemærk, at diagrammet hele tiden opdateres, så det stemmer med arkets tal.*

Hvis den lodrette akse har minimum og maksimum sat til Auto, vil skaleringen på den lodrette akse skifte med de forskellige hyppigheder, som simuleringerne frembringer. Det kan virke noget forvirrende. Det kan derfor være en god idé at låse skaleringen af den lodrette akse:

- *Højreklik på den lodrette akse og indtast de fornødne tal:*



Terningkast

Nedenfor er vist et regneark, der simulerer et terningkast i hver af de 100 celler i området (B7:B106).

- *Indsæt formlen til simulering af et terningkast i B7 og fyld den nedad til B106*
- *Indsæt også nummereringen i A7 til A106*

For at kunne undersøge hyppigheden af de seks mulige øjental er ud for hvert terningkast registreret om kastet gav 1, 2, 3, 4, 5 eller 6. Det er gjort på følgende måde:

I celle C7 er indsat formlen: =HVIS(B7=C6;1;0)
Dvs. at hvis simuleringen i B7 gav 1 (som jo er værdien af C6), så får C7 værdien 1, og ellers får den værdien 0. På tilsvarende vis vises i D7, E7, F7, G7 og H7 om simuleringen i B7 gav henholdsvis 2, 3, 4, 5 eller 6. Altså vil der i området C7:H7 altid være netop ét 1-tal og fem nuller.

Tilsvarende registreres for hvert af de øvrige 99 kast, hvad det gav. Hele registreringen kræver altså indsættelse af 600 formler. Heldigvis behøver man kun at indtaste den første formel i C7 og kan så kopiere denne, men det kræver, at formlens cellehenvisninger gøres halvabsolutte på følgende måde: =HVIS($B7=C$6;1;0)
Indsætter man en absolut henvisning som fx $B$7 i en formel, og kopierer man så denne formel til andre celler, så vil henvisningen til celle B7 fastholdes, altså både række og søjle-henvisning fastholdes. I nogle situationer kan det være ønskeligt, at kun en af disse

henvisninger fastholdes, mens den anden henvisning er relativ, altså følger med kopien af formlen.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	**Simulering af 100 terningkast**							
2								
3	Tryk på funktionstasten F9 for at få de 100 terninger kastet igen.							
4								
5	**Terning-**			**Registrering af øjental**				
6	**kast nr.**	**Øjental**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
7	1	**4**	0	0	0	1	0	0
8	2	**5**	0	0	0	0	1	0
9	3	**4**	0	0	0	1	0	0
10	4	**4**	0	0	0	1	0	0
11	5	**3**	0	0	1	0	0	0
12	6	**6**	0	0	0	0	0	1
13	7	**5**	0	0	0	0	1	0
14	8	**3**	0	0	1	0	0	0
15	9	**1**	1	0	0	0	0	0
16	10	**1**	1	0	0	0	0	0
	:			:			:	
	:			:			:	
102	96	**4**	0	0	0	1	0	0
103	97	**5**	0	0	0	0	1	0
104	98	**6**	0	0	0	0	0	1
105	99	**6**	0	0	0	0	0	1
106	100	**6**	0	0	0	0	0	1
107			14	20	12	13	20	21
108	**Statistik:**							
109				**Summeret**	**Summeret**			
110	**Øjental**	**Hyppighed**	**Frekvens**	**hyppighed**	**frekvens**			
111	1	14	0,140	14	0,140			
112	2	20	0,200	34	0,340			
113	3	12	0,120	46	0,460			
114	4	13	0,130	59	0,590			
115	5	20	0,200	79	0,790			
116	6	21	0,210	100	1,000			
117	**Sum:**	100						

Tager man en af de 600 registreringsformler, så skal man i dens egen række gå ud og hente tallet i søjle B og i dens egen søjle gå op hente tallet i række 6 og undersøge, om disse to tal er ens. Derfor ser formlen i C7 faktisk således ud: =HVIS($B7=C$6;1;0)
$B7 bevirker, at når formlen kopieres til en anden celle, så vil søjlehenvisningen (til B) fastholdes, mens rækkehenvisningen vil følge relativt med.
På tilsvarende vis bevirker C$6, at når formlen kopieres til en anden celle, så fastholdes rækkehenvisningen (til række 6), mens søjlehenvisningen følger relativt med. Man kan naturligvis indtaste formlen i C7 med $-tegn og det hele, men man kan også gøre følgende:

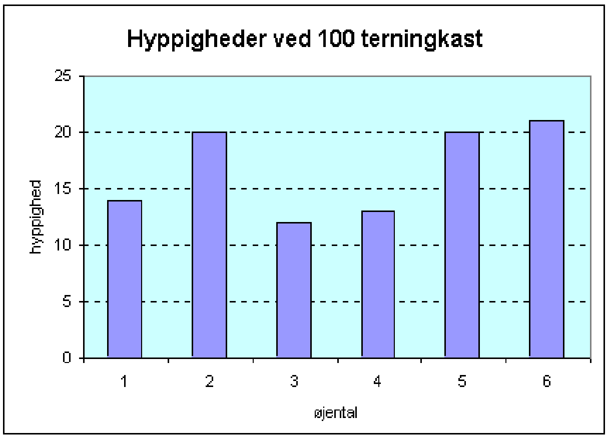
- *Anbring cellemarkøren på C7 og indtast:* ***=hvis(***
- *Klik på celle B7* *(så får har man* ***=hvis(B7*** *)*
- *Tryk på funktionstasten F4* *(så får man* ***=hvis($B$7*** *)*

- *Tryk atter på funktionstasten F4* (*så får man* ***=hvis(B$7*** *)*
- *Tryk endnu en gang på funktionstasten F4* (*så får man* ***=hvis($B7*** *)*
- *Indtast =* (*så får man* ***=hvis($B7=*** *)*
- *Klik på celle C6 og tryk så 2 gange på F4* (*så får man* ***=hvis($B7=C$6*** *)*
- *Indtast resten af formlen og tryk på Enter*

Dernæst kan formlen i C7 kopieres på følgende vis:

- *Anbring cellemarkøren på C7*
- *Flyt musemarkøren hen på cellens nederste højre hjørne, og når markøren bliver til et sort kors, træk så med musen hen til H7 (m.a.o. fyld henad).*
- *Tjek de kopierede formlers udseende og virkning*
- *Afmærk området C7:H7*
- *Flyt musemarkøren hen på områdets nederste højre hjørne, og når markøren bliver til et sort kors, træk så med musen ned til H106 (m.a.o. fyld nedad).*
- *Tjek nogle af de kopierede formlers udseende og virkning*

- *Gør arket færdigt som vist med statistik-skema og hyppighedsgraf over de 100 terningkast*



Øjensum ved kast med 2 terninger

Kaster man 2 terninger, så kan man som øjensum få:
2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 eller 12
Af følgende 3 formler kan kun én anvendes til simulering af øjensum ved kast med 2 terninger:

a) =2*slumpmellem(1;6)
b) =slumpmellem(1;6)+slumpmellem(1;6)
c) =slumpmellem(2;12)

Uden brug af slumpmellem er de tilsvarende formler:

a) =2*(heltal(slump()*6)+1)
b) =heltal(slump()*6)+1+heltal(slump()*6)+1
c) =heltal(slump()*11)+2

1) *Hvilken af de 3 formler kan anvendes til simulering af øjensummen ved kast med 2 terninger?*

Tjek svaret ved at indsætte formlerne i et regneark.

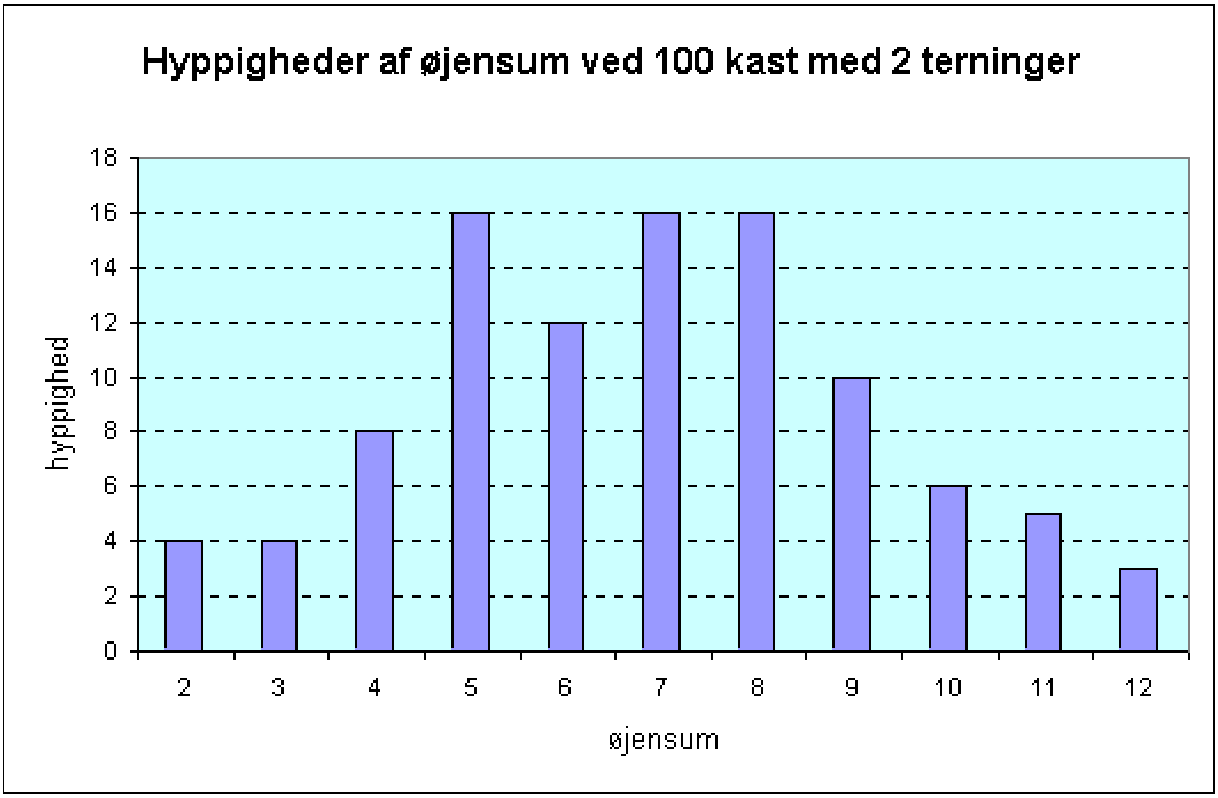
2) *Angiv for hver af de 2 andre formler, hvorfor den ikke kan bruges?*

➢ *Udform et regneark, der giver 100 simuleringer af øjensum ved kast med 2 terninger (se nedenfor).*

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1	**Simulering af øjensum ved kast med 2 terninger**														
2															
3	Tryk på funktionstasten F9 for at få gentaget de 100 kast med 2 terninger.														
4															
5	**Kast**						**Registrering af øjensum**								
6	**nr.**	**Øjensum**		**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	
7	1	10		0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	
8	2	4		0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	
9	3	7		0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	
10	4	7		0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	
11	5	6		0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	
12	6	8		0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	
13	7	8		0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	
14	8	6		0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	
15	9	11		0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	
	:	:		:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	
	:	:		:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	
102	96	9		0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	
103	97	5		0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	
104	98	7		0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	
105	99	5		0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	
106	100	11		0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	Sum:
107	**Sum (hyppighed):**			4	4	8	16	12	16	16	10	6	5	3	100
108	**Øjensum:**			**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	
109	**Frekvens:**			0,040	0,040	0,080	0,160	0,120	0,160	0,160	0,100	0,060	0,050	0,030	
110	**Summeret hyppighed:**			4	8	16	32	44	60	76	86	92	97	100	
111	**Summeret frekvens:**			0,040	0,080	0,160	0,320	0,440	0,600	0,760	0,860	0,920	0,970	1,000	

➢ *Forsyn arket med en hyppighedsgraf over øjensum ved de 100 simuleringer (se nedenfor).*

➢ *Gennemregn arket nogle gange for at se, om de 100 simuleringer er nok til at få en idé om chancerne for de 11 mulige øjensummer.*

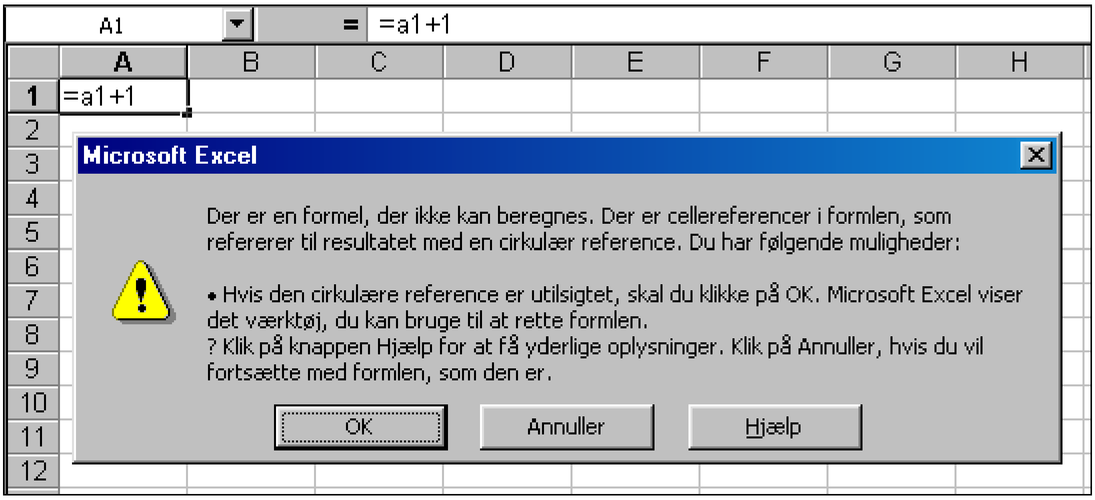

Hyppigheder af øjensum ved 100 kast med 2 terninger
18
16
14
12
10
8
6
4
2
0
hyppighed
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
øjensum

Simulering (2) (brug af cirkulære henvisninger)

I det foregående afsnit var hvert regneark udformet til at udføre et bestemt antal simuleringer af et eksperiment. Fx en serie på 100 simuleringer af et terningkast. En ny gennemregning af arket ville så give en ny serie på 100 kast, men der kunne ikke automatisk bygges videre på resultaterne fra den foregående serie på 100 kast. Regnearket havde med andre ord ingen mulighed for at 'huske', hvad der skete ved den foregående gennemregning og bygge videre på dette. Denne begrænsning kan man komme ud over ved at anvende ***cirkulære henvisninger*** i regnearket.

Eksempel på cirkulær henvisning: Hvis man i celle A1 indsætter formlen =A1+1, har man en cirkulær henvisning, idet formlen indeholder en henvisning til den celle, som den selv står i. Formlen vil bevirke, at værdien i celle A1 vil blive forøget med 1 ved hver gennemregning af arket.

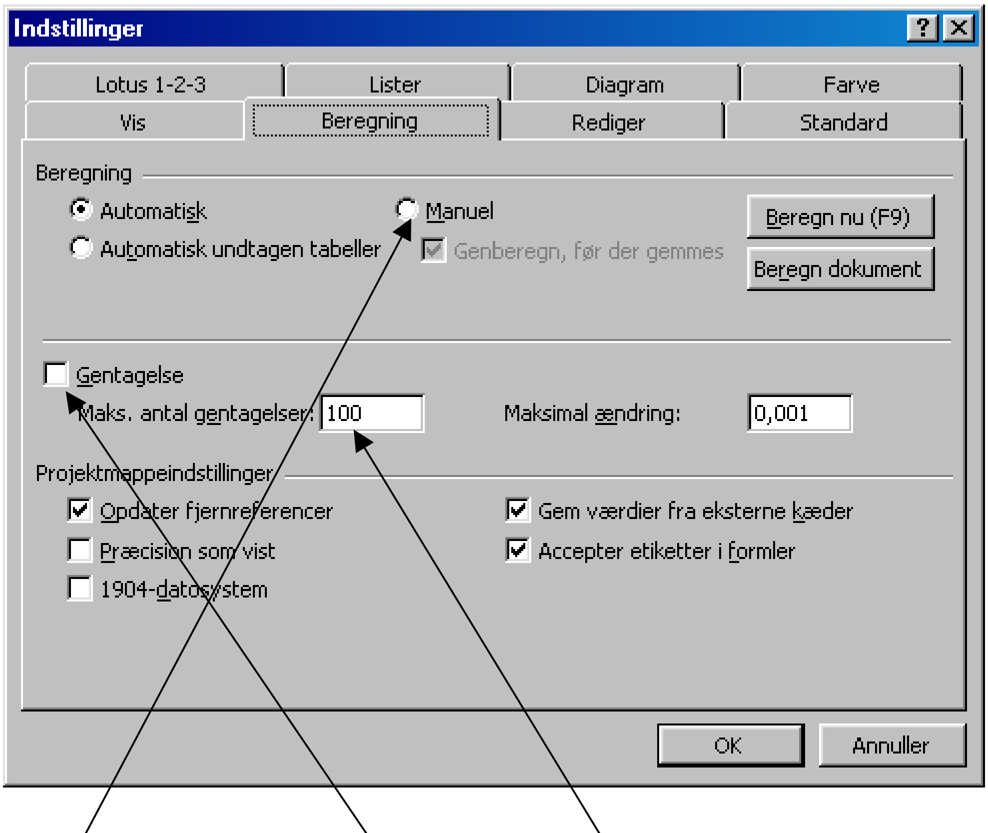
I almindelighed vil en ændring i et regneark bevirke, at arkets formler gennemregnes - muligvis flere gange - indtil en ny gennemregning af arket ikke længere ændrer noget i arket. Cirkulære henvisninger udgør derfor et problem, da de bevirker, at de involverede celleværdier ændres ved enhver gennemregning af arket. Man får derfor følgende advarsel:



- *Indsæt formlen =A1+1 i celle A1, læs advarslen og klik dernæst på Annuler.*

- *Tryk på F9-tasten for at få en gennemregning af arket og bemærk, at formlen i A1 (=A1+1), der nu er tillagt værdien 0, ignoreres.*

- *Vælg Funktioner/Indstillinger… fra menuen, og vælg fanen Beregning.*



- *Vælg Manuel beregning. Vælg Gentagelse og sæt Maks. antal gentagelser til 1, og klik OK.*

- *Gennemregn arket vha. F9-tasten og bemærk, hvordan værdien i A1 nu forøges med 1 ved hver gennemregning af arket.*

Som arket nu er indstillet, er den automatiske opdatering af formlernes værdi sat ud af spillet. Arkets formler bliver kun gennemregnet ved tryk på F9-tasten. Når en formel indtastes, vil dens værdi blive beregnet, men ingen andre formler i arket bliver beregnet.

- *Indtast formlen =2*A1 i celle A2 og bemærk at den indtastede formel beregnes, men formlen i A1 bliver ikke beregnet (værdien ændres ikke).*
- *Tryk på F9-tasten og tjek at indholdet i A2 er dobbelt så stort som indholdet i A1.*
- *Indtast formlen =A2 i celle B1 og bemærk at A2 og B1 har samme værdi.*

Her er situationen vist, hvor A1 har værdien 3

	A	B
1	3	6
2	6	

og her vises cellernes formler:

	A	B
1	=A1+1	=A2
2	=2*A1	

- *Tryk på F9-tasten og bemærk at A2 og B1 ikke længere har samme værdi.*

	A	B
1	4	6
2	8	

værdien i B1 er ikke fulgt med - den er stadig 6.

Endnu et tryk på F9-tasten vil give:

	A	B
1	5	8
2	10	
3		

Det kunne se ud til, at formlerne ved Manuel gennemregning tages én ad gangen i den almindelige læseretning. Altså først forøges værdien i A1 med 1, og dernæst sættes værdien i B1 lig med den værdi, der står i A2, og endelig ændres værdien i A2 til at være det dobbelte af værdien i A1.

Når arket er sat til manuel beregning, som vist ovenfor, er der altså al mulig grund til at være forsigtig med opbygning og tjekning af arket.

Øjensum ved kast med 2 terninger

Det følgende regneark simulerer (med brug af cirkulære henvisninger) øjensum ved kast med to terninger. Arket er som vist ovenfor indstillet til manuel beregning og ved hvert tryk på F9 simuleres, at to terninger kastes, og deres øjensum vises i celle C4. Nedenunder optælles hyppighederne, hvormed hver af de mulige øjensummer fra 2 til 12 forekommer. Det er muligt vha. celle B20 at nulstille alle hyppigheder, og dermed starte på en ny serie af simuleringer. Desuden findes summen af alle hyppighederne, dvs. antallet af simuleringer i celle B18. Som det ses gav første simulering øjensummen 4, og dette er registreret i optællingen nedenunder.

	A	B	C	D
1	**Simulering af kast med 2 terninger**			
2				
3	Simulering af øjensum:		**4**	
4				
5	Optælling:			
6	**Øjensum**	**Hyppighed**		
7	2	0		
8	3	0		
9	4	1		
10	5	0		
11	6	0		
12	7	0		
13	8	0		
14	9	0		
15	10	0		
16	11	0		
17	12	0		
18	**Sum:**	1		
19				
20	Nulstil her:	1		

➢ *Udform arket som ovenfor på nær formlerne til optælling af hyppigheder i området B7:B17.*

Hyppigheden i B7 skal forøges med 1, hvis simuleringen i C3 gav øjensummen 2. Dette kan gøres med formlen:

=B7+(C3=A7)

idet udsagnet i parentesen jo har værdien 1, hvis det er sandt, dvs. hvis øjensummen er 2, og ellers har udsagnet værdien 0. Altså hyppigheden i B7 ændres ikke, hvis øjensummen er forskellig fra 2, men forøges med 1, hvis øjensummen er 2.
Det vil imidlertid være praktisk at kunne nulstille hyppighederne på en simpel måde, altså hurtigt at kunne starte på en ny serie simuleringer. Dertil anvendes værdien i celle B20, som er en talcelle. Det skal være sådan, at hvis man sætter et 0 ind i celle B20, og dernæst trykker F9 for at få en gennemregning, så skal værdien i B7 sættes til 0. Hvis der derimod står et andet tal end 0, så skal formlen virke som beskrevet ovenfor. Dette kan opnås ved i B7 at sætte den betingede formel:

=HVIS(B20=0;0;B7+(C3=A7))

Ved en kopiering af denne formel til B8:B17, skal henvisningerne til B20 og C3 være absolutte, så formlen i B7 kommer til at se sådan ud:

=HVIS($B$20=0;0;B7+($C$3=A7))

- *Indsæt formlen i B7 og kopier den til B8:B17.*

- *Indsæt i B18 en formel, der finder summen af hyppighederne i B7:B17.*

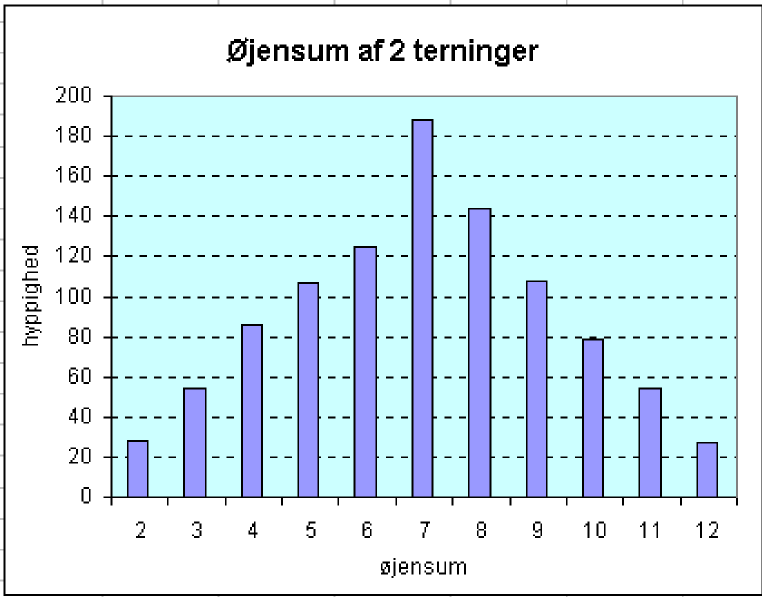
- *Indsæt 0 i B20 og tryk F9 for at nulstille hyppighederne.*

- *Indsæt 1 (eller et andet tal forskelligt fra 0) i B20, og tryk F9 for at starte en ny serie af simuleringer.*

Et søjlediagram for hyppighederne vil her være godt til at illustrere, hvordan mange udførelser af eksperimentet afslører, at der er større chance for som øjensum at få midterværdierne 6, 7 og 8 end yderværdier som 2 og 12.

- *Udform et søjlediagram, som det nedenfor viste, der afbilder hyppigheden for hver af de 11 mulige øjensummer.*

	A	B	C
1	**Simulering af kast med 2 terninger**		
2			
3	Simulering af øjensum:		**7**
4			
5	Optælling:		
6	**Øjensum**	**Hyppighed**	
7	2	28	
8	3	54	
9	4	86	
10	5	107	
11	6	125	
12	7	188	
13	8	144	
14	9	108	
15	10	79	
16	11	54	
17	12	27	
18	**Sum:**	1000	
19			
20	Nulstil her:	1	
21			



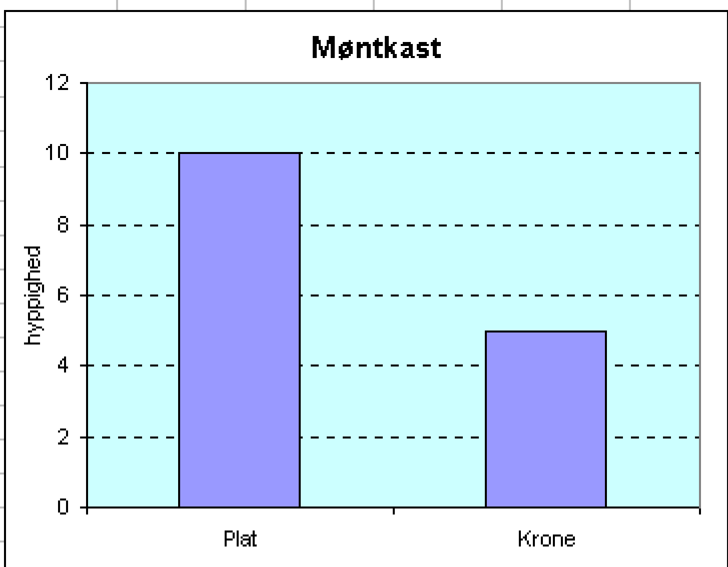
➢ *Nulstil hyppighederne ved at indsætte 0 i B20 og trykke på F9-tasten.*
➢ *Start dernæst en ny serie simuleringer ved at indsætte 1 i B20 og trykke på F9-tasten. Følg igen udviklingen af hyppighederne på søjlediagrammet.*

Møntkast

I regnearket vist nedenfor simuleres et møntkast ved hver gennemregning af arket, og hyppighederne af de to mulige udfald optælles vha. cirkulære henvisninger.

1) *Udform det nedenfor viste regneark med diagram. Husk at sætte arket til manuelle beregninger.*

	A	B	C
1	**Simulering af kast med en mønt**		
2			
3	Udfald:	**1**	(kode: 0=plat og 1=krone)
4			
5	Optælling:		
6	**Udfald**	**Hyppighed**	
7	Plat	10	
8	Krone	5	
9	**Sum:**	15	
10			
11	Nulstil her:	1	
12			
13			
14			
15			
16			
17			
18			
19			
20			



Om cirkulære henvisninger

De cirkulære henvisninger gør det muligt at starte en serie af simuleringer uden på forhånd at have besluttet sig for seriens længde. Man kan blive ved med at gøre serien længere, indtil man mener at have opsamlet nok information. Man har altså mulighed for at følge en proces, hvor de indhøstede erfaringer til stadighed akkumuleres.

Antallet af simuleringer af eksperimentet er her lig antallet af tryk på F9-tasten. Resultaterne fra simuleringerne opsamles ved hjælp af cirkulære henvisninger. For at starte på en ny serie af simuleringer af eksperimentet, må man nulstille de cirkulære henvisninger.

Men udformningen af et ark med cirkulære henvisninger er ikke så ligetil. Man må selv overtage styringen af, hvornår og hvor mange gange arkets formler skal beregnes, så man undgår utilsigtede udførelser af eksperimentet.

De cirkulære henvisninger, der har været anvendt i dette afsnit, kunne omtales som ***selvhenvisninger*** eller ***direkte cirkulære henvisninger***, idet der fra formlen henvistes til den celle formlen selv stod i. En cirkulær henvisning kan også være ***indirekte***, fx ved at der i formlen i A1 henvises til celle B1, og at der i formlen i B1 henvises til celle A1.

Der er her kun omtalt det mest nødtørftige om cirkulære henvisninger i Excel. Yderligere oplysninger om emnet kan fx indhentes gennem Excels indbyggede hjælp, som bl.a. kan nås fra menuen.

Stikordsregister

INFA-IT i skolens matematik:

Projektledelse:
Allan C. Malmberg
Inge B. Larsen

INFA-Klubben:
Leif Glud Holm
IT-konsulent

Agnete C. Malmberg
Pædagogisk konsulent

Kirsten Lundsgaard
Sekretær

Distribution af programmer og tekster:
INFA, Danmarks Pædagogiske Universitet
Emdrupvej 115B, 2400 NV
Telefon: 3969 66 33, lokal 2697
Fax: 3969 6626
e-mail: infa@infa.dk
Web: www.infa.dk

*

Tekst: Inge B. Larsen

MI 161
ISBN 87-7701-830-3