

Elevtekst til programmet Rente

Indhold af elevteksten

1. Programmet Rente
2. Annuitet: Et beløb betales over en årrække
3. Fra annuitet til enkeltbeløb
4. Fra annuitet til annuitet
5. Ukendt rentefod
6. Opgaver

1. Programmet Rente

Du låner 1000 kr. som du skal betale tilbage om tre år. Men du kan ikke klare dig med at betale 1000 kr. når de tre år er gået. Du skal nemlig også betale renter.

Vi tænker os at der er tale om renter som er på 10% pr. år. Man siger at *rentefoden* er 10% pr. år. Det betyder at prisen for at låne 1000 kr. i 1 år er 100 kr., nemlig 10% af 1000 kr. Låner du 1000 kr. i dag, har du en gæld på 1100 kr. om et år.

Efter 2 år ser regnestykket således ud:

Efter 1 år: Gælden er 1000 kr.+10% af 1000 kr. = 1100 kr.

Efter 2 år: Gælden er 1100 kr.+10% af 1100 kr. = 1210 kr.

I det andet år har din gæld jo været 1100 kr., så renten udgør her 10% af 1100 kr. Udregningen fortæller os at de 1000 kr. i dag kan omregnes til 1210 kr. om 2 år. *De 1000 kr. i dag svarer derfor til 1210 kr. om 2 år.*

Og regnskabet efter 3 år:

Efter 3 år: Gælden er 1210 kr. + 10% af 1210 kr. = 1331 kr.

Vi kan lade programmet **Rente** foretage beregninger for os. **Rente** kan omregne beløb fra et tidspunkt til et andet.

Brug programmet Rente

På billedet nedenfor har vi ladet programmet **Rente** foretage beregningen. Øverst på skærmen har vi meddelt at inddata er et enkeltbeløb, det er de

1000 kr. vi låner. Vi har også fortalt at rentefoden er 10%. Vi har sat tidspunktet for lånet til at være termin 0.

I uddata er der igen tale om enkeltbeløb. Vi fortæller at vi er interesseret i at kende slutbeløbet efter tre terminer.

Derefter klikker vi på OK-knappen  og programmet giver et billede hvor der er givet en tidsoversigt over terminerne 0,1,2 og 3.

Rente med kendt rentefod

Rentefod pr. termin: 10 %

	Givet beløb		Beregnet beløb
Termin nr:	0	Termin nr:	3
Beløb pr. termin:	1000	Beløb pr. termin:	1331

Inddata	Termin	Uddata	Inddata	Termin	Uddata
1000	0			2	
	1			3	1331

Vi kan se at der ud for termin 0 står 1000 kr. under Inddata. Og ud for termin 3 står der 1331 kr. under Uddata. Det var det beløb vi regnede os frem til før.

Rente bruger terminer som tidsenhed, ikke år. Det skyldes at der ofte regnes med rente hvor der tilskrives renter flere gange om året, fx hvert halve år, eller hver kvartal, eller måske endda hver måned. Den periode der forløber mellem to rentetilskrivninger, kalder vi en *rentetermin*. Så programmet kan bruges ved alle former for rentetilskrivning. Vi skal blot vide hvad rentefoden pr. termin er. Den skal jo indtastes til programmet.

Ved hjælp af regning med renter kan vi omregne et beløb fra et tidspunkt til et andet. For regning med penge gælder renteregningens grundlov:

Værdien af et beløb afhænger af hvornår det betales.

En betaling kan derfor kun flyttes til et andet tidspunkt når den samtidig omregnes ved hjælp af rentesregning. 1000 kr. i dag er mere værd end 1000 kr. om et år, og endnu mere værd end 1000 kr. om 2 år.

Skulle du vælge mellem at få udbetalt 1000 kr. i dag eller om 3 år, vil du derfor vælge den første mulighed. Ved at få rådighed over pengene nu, kan

du låne dem ud, fx til en bank, og derved sikre dig at få mere end 1000 kr. tilbage om 3 år.

I programmet **Rente** kan du flytte beløb fra et tidspunkt til et andet. Programmet vil fortælle dig hvad værdien af beløbet bliver når du ændrer på betalingstidspunktet. Programmet foretager alle renteomregninger for dig, du behøver blot at give oplysninger om rentefod, beløb og tidspunkt.

Prøv selv

1. Gå ind i **Rente** og indtast vore inddata fra før: 10%, 1000 kr., termin 0. Fortæl dernæst i uddata at vi ønsker beløbet beregnet i termin nr. 3. Klik på OK-Knappen.

2. Gå igen til uddata, og ret terminen fra 3 til 5. Klik på OK. Du får nu på skærmen det beløb der skal betales hvis du venter 5 år med at betale gælden. – Ret derefter terminen fra 5 til 10 og klik OK. På skærmen kan du nu se hvad der skal betales hvis du udskyder betalingen i 10 år.

3. Vælg selv nogle andre terminstal. Prøv også med termin nr. 2.

4. **Rente** kan også regne baglæns: Du skal om tre år betale et beløb på 5000 kr. Men du har lige fået en gevinst i lotto, så du vil gerne betale gælden nu. Hvor meget skal du betale?

Indtast: 10%, 5000, termin nr. 3. I uddata vælger du termin 0. Klik OK.

5. Du skal betale 10000 kr. om 10 år, men ønsker at betale gælden nu. Hvor meget skal du af med? - Og hvor meget skulle du betale hvis du først betaler 2 år før de 10 år er gået?

2. Annuitet: Et beløb betales over en årrække

Programmet kan beregne hvorledes en betaling kan opdeles i en række betalinger som fordeles over en årrække. Når betalingerne hvert af disse år er lige store, siger man der er tale om en annuitet. *En annuitet er en række af lige store betalinger der foretages med faste mellemrum.* Vi vil i programmet gå ud fra at mellemrummet mellem de enkelte betalinger er 1 rentetermin.

Vi prøver først at opdele en betaling på 1000 kr. over tre terminer. Termin 0 låner vi 1000 kr., og vi skal betale lånet tilbage ved tre lige store beløb. De tre beløb skal betales i termin 1, termin 2 og termin 3. I programmet indtaster vi under inddata at der er tale om et enkeltbeløb på 1000 kr. i termin 0. Ved

uddata fortæller vi at det drejer sig om termin 1 til 3. Vi indtaster 1..3 i feltet *Terminer*. Derefter klikker vi på OK.

Rente med kendt rentefod

Rentefod pr. termin: 10 %

	Givet beløb		Beregnet beløb
Termin nr:	0	Termin nr:	1..3
Beløb pr. termin:	1000	Beløb pr. termin:	402

Inddata	Termin	Uddata	Inddata	Termin	Uddata
1000	0			2	402
	1	402		3	402

På skærmen får vi nu oplyst at der skal betales et beløb på 402 kr. hver af de tre terminer.

Den samlede betaling er altså på 3 gange 402, dvs. 1206 kr. Men det har egentlig ingen mening at lægge de tre gange 402 kr. sammen, de er jo knyttet til tre forskellige tidspunkter. Og et beløb på 402 kr. det ene år er jo ikke det samme som et beløb på 402 kr. et andet år.

Men vi kan lade **Rente** føre beløbene tilbage til termin 0. Så skulle de tre gange 402 kr. jo tilsammen blive 1000 kr.

Prøv selv

1. Efterprøv eksemplet fra før, og kontroller at der skal betales et beløb på 402 kr. hver af tre terminer.
2. Undersøg hvad 402 kr. i år 1 er værd i år 0. Undersøg hvad 402 kr. år 2 er værd i år 0. Og undersøg hvad 402 kr. år 3 er værd i år 0. Kontroller at de tre beløb tilsammen giver 1000 kr. – eller at de i hvert fald kommer tæt på.
3. Du vil afbetale en gæld på 10000 kr. ved lige store udbetalinger de efterfølgende 5 terminer. Hvor meget skal du betale hver termin? Benyt en rentefod på 10%.
4. Gælden på de 10000 kr. vil du gerne betale over 10 terminer i stedet for 5. Hvor meget du nu betale hver termin?

Rente kan også regne med ørebeløb. Hvis du afmærker at beløb skal beregnes med to decimaler, får du svaret 402.11. (sæt hak i feltet øverst på skærmen, og fjern hakket når du vil gå tilbage til beløb i hele kroner).

3. Fra annuitet til enkeltbeløb

Vi vil nu lade programmet omregne en annuitet til et enkeltbeløb. Lad os antage at vi skal betale 1000 kr. hvert år i 5 år. Vi ønsker at udsætte betalingen til det sidste år, så vi der betaler hele beløbet på én gang. Hvor meget skal vi da af med?

Vi lader **Rente** foretage beregningen. Vi vælger som inddata en rentefod på 10%, et beløb på 1000 kr. og terminer fra 1 til 5.

Under uddata anvender vi termin nr. 5.

Rente med kendt rentefod

Rentefod pr. termin: 10 %

Givet beløb		Beregnet beløb	
Termin nr:	1..5	Termin nr:	5
Beløb pr. termin:	1000	Beløb pr. termin:	6105

Inddata	Termin	Uddata	Inddata	Termin	Uddata
1000	1		1000	4	
1000	2		1000	5	6105
1000	3				

Af udskriften ser vi at der skal betales 6105 kr. hvis vi udsætter hele betalingen til det femte år, dvs. til det tidspunkt hvor vi sidste gang skulle have betalt de 1000 kr.

Prøv selv

1. Efterprøv eksemplet og kontroller at der udskrives et beløb på 6105 kr. i år 5.
2. Hvor meget skulle vi have betalt hvis vi ønskede at udsætte betalingen til år 6? Og til år 8?
3. Vi fortryder afbetalingen af de fem gange 1000 kr. og betaler hele beløbet allerede år 1. Hvor meget skal vi betale?

4. Fra annuitet til annuitet

Vi lader nu **Rente** omregne en annuitet til en anden annuitet. Lad os tænke os at vi låner 1000 kr. hvert af årene 1 til 5. Dette lån vil vi betale tilbage i årene 6, 7 og 8 ved tre lige store betalinger. Hvor store skal de være? Det spørgsmål kan **Rente** besvare.

Rente med kendt rentefod

Rentefod pr. termin: 10 %

Givet beløb		Beregnet beløb	
Termin nr:	1..5	Termin nr:	6..8
Beløb pr. termin:	1000	Beløb pr. termin:	2455

Inddata	Termin	Uddata	Inddata	Termin	Uddata
1000	1		1000	5	
1000	2			6	2455
1000	3			7	2455
1000	4			8	2455

Vi indtaster at der er tale om en annuitet med 1000 kr. i hvert af årene 1 til 5. Under Uddata vælger vi også annuitet, men her med perioden 6 til 8.

På skærmen ser vi derefter at der hvert af årene 6 til 8 skal betales 2455 kr. for at afbetale gælden på de fem gange 1000 kr.

Prøv selv

1. Efterprøv beregningen fra eksemplet.
2. Hvor meget skulle du have betalt hvert år hvis du udsætter betalingen til årene 8 til 10.
3. Du låner 5000 kr. hvert af årene 1 til 5. Hvor stort et beløb skal du betale hvert af årene 6 til 15 for at tilbagebetale lånet? Sæt rentefoden til 10%.

Inddata til programmet Rente

I programmet **Rente** kan der indtastes beløb op til 10 millioner kroner.. Skulle du ønske at regne med større beløb, kan du fx droppe de sidste tre cifre og

regne "i tusinder". 50 000 000 indtastes da som: 50 000. Du skal så blot huske at sætte tre nuller bag ved programmets resultater.

I **Rente** tages der ikke hensyn til at der skal betales skat af tilskrevne rentebeløb og at der kan være inflation i samfundet, "pengene mister i værdi". Hvis du vil inddrage skat og inflation i beregningerne kan du bruge INFA-programmet SALDO. Det er nærmere omtalt i EMMA-temaet *Inflation*.

5. Ukendt rentefod

I de eksempler vi har set på, har rentefoden været kendt: Vi har benyttet en rentefod på 10%. Programmet kan imidlertid også foretage beregning af en ukendt rentefod. Vi ser på et eksempel. Du skal her vælge muligheden ukendt rentefod

Du låner 10000 kr. i hver af terminerne 1..5. Du tilbagebetaler lånet ved i hver af terminerne 6,7 og 8 at betale 20000 kr. Hvilken rentefod svarer dette arrangement til?

Rente med ukendt rentefod

Rentefod pr. termin: 4.628 %

Udbetaling		Tilbagebetaling	
Termin nr:	1..5	Termin nr:	6..8
Beløb pr. termin:	10000	Beløb pr. termin:	20000

Inddata	Termin	Uddata	Inddata	Termin	Uddata
10000	1		10000	5	
10000	2			6	20000
10000	3			7	20000
10000	4			8	20000

Du bruger som inddata Termin 1..5 og 10000 kr. pr.termin. Som uddata bruger du termin 6..8 og 20000 kr. pr. termin. Når du klikker på OK-Knappen kommer resultatet på skærmen: Rentefod pr. termin: 4.628%

6. Opgaver

1. Flyt 1000 kr.

Anbring 1000 kr. år 0, og undersøg hvad de omregnes til i følgende år (benyt en rentefod på 5%):

(1) år 4 (2) år 8 (3) år 16 (4) år 25

2. Renten er nu på 10%

Gentag beregningerne fra opgave 1 med en rentefod på 10% pr. år. Bemærk at de 1000 kr. nu vokser med mere end dobbelt så meget som de voksede med i opgave 1.

3. 70-reglen

Ved beregning af hvad et beløb vokser til ved flytningen til et senere tidspunkt, kan man somme tider have hjælp af den såkaldte 70-regel:

Hvis rentefoden er $p\%$, så vokser startbeløbet til det dobbelte i løbet af ca. $70:p$ år.

Hvis rentefoden er 10%, skal et beløb altså fordobles ved at blive flyttet 70:10 år, dvs. 7 år.

Undersøg hvor godt 70-reglen stemmer for følgende rentefødder:

(1) 10% (2) 5% (3) 7% (4) 14% (5) 3,5%

Benyt fx et startbeløb på 100 kr. år 0.

4. Betalingen udsættes

Du skal betale 5000 kr. om 3 år. Betalingen vil du gerne have udsat i yderligere 2 år. Hvor meget skal du så betale til den tid? Rentefod 8%.

5. En lottogevinst

Du vinder 250 000 kr. og sætter dem ind på en konto som giver 4% i rente om året. Hvor stort et beløb kan du hæve om 5 år? Og hvor meget vil du kunne hæve hvis du i stedet venter i 10 år?

6. Spar op til en rejse

En mand sparer op til en rejse jorden rundt. Han sparer i 5 år, og rejser året efter at opsparingen er afsluttet. Hvor meget skal han spare op hvert af de 5 år for at have et beløb på 50 000 kr. til turen? Rentefod 5%

7. En gæld afbetales

En gæld på 25 000 i år 0 skal afbetales ved lige store betalinger over de næste 10 år. Hvor store skal betalingerne være når rentefoden er 12% pr. år?

8. Et lån

Ved et huskøb må køberen låne 100 000 kr. Dette beløb afbetales over de næste 10 år med en rentefod på 10%. Hvor meget skal betales hvert år?

9. Halvårlig rente

Lånet i opgave 8 afbetales nu over 20 halvår med en halvårlig rentefod på 5%. Hvor meget skal der betales hvert halvår?

10. Afbetaling

Du køber et stereoanlæg. Efter at du har betalt udbetalingen er der en restgæld på 4000 kr. Den betaler du ved månedlige betalinger over de næste 18 måneder. Hvor meget skal du betale pr. måned når den månedlige rentefod er 1.25%?

11. En periode uden afdrag

En mand låner 100 000 kr. I de næste 3 år skal han ikke betale noget tilbage, men derefter skal han fra år 4 tilbagebetale lånet over 5 år. Rentefod 10%.

Hvor stor er gælden blevet når tilbagebetalingen starter? Hvor meget skal der betales hvert af de 5 år?

12. Et studielån

Du låner 40 000 kr. hvert år i 5 år. Derefter tilbagebetaler du lånet over de næste 10 år. Hvor meget skal du betale hvert år når rentefoden er 7%?

13. Hvis rente ikke fandtes

Prøv at lade programmet flytte et beløb rundt med rentefoden sat til 0%. – Lad også programmet løse opgave 12 med en rentefod på 0%.

14. Opsparing til uddannelse

Du sparer 15000 kr. hvert år i 10 år. Derefter ønsker du pengene udbetalt over de næste 4 år med lige store udbetalinger hvert år. Rentefoden er 8%. Hvor meget kan du få udbetalt hvert af de 4 år?

Hvor meget kan du få udbetalt hvis udbetalingerne skal løbe over 6 år?

15. To rentesatser

Et beløb på 5000 sættes på rente. Hvad er beløbet vokset til efter 10 år hvis rentefoden de første 5 år er 8% og derefter 6%? (Før først beløbet 5 år frem, og benyt derefter **Rente** med det nye startbeløb.)

16. Det er også sundere

En mand bruger 10000 kr. om året på cigaretter. Han holder op med at ryge og indsætter i stedet 10000 kr. hvert år i banken.

Hvor stort et beløb har han til rådighed efter 10 år når rentefoden sættes til 7% pr. år?

17. Er det en god idé?

En mand giver dig følgende tilbud: Du skal låne ham 40 000 kr. nu, så vil du få tilbagebetalt 15 000 kr. hvert af de følgende 5 år.

Find ved hjælp af **Rente** ud af hvilken rentefod manden tilbyder dig.

18. Skal han selv betale for skaden?

En bilist har været ude for et uheld der vil koste ham 5000 kr. i reparationsudgifter. Hvis han lader forsikringen betale, rykker han op i en dyrere forsikringsklasse og må de næste 3 år betale 2000 kr. ekstra hvert år for forsikringen.

Undersøg ved hjælp af **Rente** om han selv skal betale, eller lade forsikringen betale. Sæt rentefoden til 8% pr. år.

19. Opsparing til pension

En mand der er 40 år, starter en opsparing. Hvor meget skal han spare op hvert år fra han er 41 til han er 65 for at kunne have 150 000 kr. til rådighed hvert år fra han er 66 indtil han er 80? Sæt rentefoden til 10%.

Del beregningerne op i to dele: Find først ud af hvor stort et beløb der skal være sparet op når manden er 66. Beregn derefter hvad han må opspare hvert af de foregående 25 år.

20. Du indfrier restgælden

Du er i gang med at afbetale en gæld ved betaling på 5000 kr. hvert år i 10 år. Efter at du har betalt 5 gange kommer du pludselig til penge, og du ønsker nu at betale hele restgælden på det tidspunkt hvor du skulle have betalt 6. gang. Hvor meget må du af med for at få gælden ud af verden? Rentefod 10%.

21. Renteperiodens længde

Hvis du sætter 1000 kr. til rente til en rentefod på 12% pr. år har du året efter 120 kr. mere, altså 1120 kr. Hvis du i stedet får 6% i rente pr. halvår, hvad er dine 1000 kr. da vokset til efter et år?

Og hvad vil de 1000 kr. vokse til hvis du får 1% i rente pr. måned?

22. Brug programmet Rente

Priserne stiger 5% hvert år i 10 år. En vare koster 100 kr. i år 0, hvad koster den i år 10 hvis dens pris har fulgt prisudviklingen?

23. Inflation

I et land stiger priserne 3% om måneden. Hvor mange procent stiger priserne i løbet af et år?

24. En kraftigere inflation

Priserne stiger nu 10% om måneden. Hvor mange procent stiger priserne i løbet af et år? Og hvor meget stiger priserne i løbet af et år hvis de stiger 20% om måneden? Og hvis de stiger 25% om måneden?