



VisiRegn ideer 1

Talregning

Inge B. Larsen
ibl@dpu.dk
INFA juli 2001

Indhold:

Aktivitet	Emne	Klassetrin	Side
	Indledning til VisiRegn ideer 1-7		2
	Oversigt over VisiRegn ideer 1-7		3
	Vejledning til Talregning		4- 5
1.1	Elevaktiviteter til Talregning Talpuslerier (Regneregler)	B-M-Æ	6-10

Angivelsen af klassetrin må naturligvis tages med en del forbehold.

B: Begyndertrinnet 1.-3. klasse

M: Mellemtrinnet 3.-7. klasse

Æ: Ældste klassetrin 7.-10. klasse

Indledning til VisiRegn ideer 1-7

VisiRegn er et regneprogram udviklet specielt med skolens matematikundervisning for øje, og som kan være nyttigt på alle klassetrin. Programmet kan groft betegnes som en mellemting mellem en lommeregner og et regnearksprogram. Programmet adskiller sig dog fra disse to værktøjer på et for undervisningen meget væsentligt punkt: De regneudtryk, man vælger at anvende, er direkte synlige på skærmen. De forsvinder ikke som ved lommeregneren, og de er ikke gemt af vejen som ved regnearksprogrammer. Det er ved VisiRegn til enhver tid muligt at diskutere elevens fremgangsmåde (elevens valg af regnemodel), da denne er fuldt synlig, både på skærmen og ved udskrift på papir.

Med et regneprogram til rådighed kan man lægge de trivielle udregninger fra sig og koncentrere sig om, hvilke regneoperationer situationen kræver. Med andre ord: valg af model kommer i fokus. Netop derfor er det vigtigt, at regneprogrammet umiddelbart viser, hvordan man har opbygget modellen, sådan at dens anvendelighed let lader sig debattere.

Med et regneprogram kan man naturligvis løse de problemer, der traditionelt stilles i skolens matematikundervisning, men det vil jo oftest være som at skyde spurve med kanoner. Langt mere interessant er det at undersøge hvilke nye problemfelter og metoder, der er kommet inden for rækkevidde. Disse hæfter er et forsøg på noget sådant.

I hæfterne er samlet en række aktivitetsark, der kan kopieres til eleverne. De er først og fremmest tænkt som ideer, som en lærer selv kan omforme og tilpasse til netop sin undervisning. Aktivitetsarkene er ledsaget af en vejledning til læreren: intentionerne med aktiviteten, nødvendige forkundskaber, særlige materialer, der skal huskes, baggrundsstof for emnet, osv. Disse vejledninger er samlet i begyndelsen af hæftet.

I samarbejde med Birgitte Madsen og Flemming Meyer er en del af aktiviteterne i årene 1997-2000 afprøvet i klasser på Dronninggårdskolen i Holte, dels med VisiRegn og dels med dens forløber miniREGN.

En kort introduktion til VisiRegn gennem små eksempler og en udførlig beskrivelse af programmet gives i:

Inge B. Larsen
Introduktion til VisiRegn
INFA, december 2000, MI 163, 43 sider

En analyse af regneprogrammer i skolens matematikundervisning gives i:

Inge B. Larsen
Regneprogrammer - en analyse af faglige og pædagogiske muligheder
INFA-Småtryk 1996-3, MI 118, 74 sider

Samarbejdet med Dronninggårdskolen er beskrevet i:

Inge B Larsen og Viggo Sadolin
Matematik I Skolen – It & Læring. MISIL-projektet. Rapport 97/98.
INFA Rapport 1998, MI 139, 54 sider

Oversigt over VisiRegn ideer 1-7

VisiRegn ideer 1: Talregning

Der arbejdes med regneudtryk, hvori der ikke indgår navne, men kun tal. Regneudtryks opbygning og virkning udforskes.

VisiRegn ideer 2: Navneregning

Her tages det vigtige skridt fra at bruge VisiRegn blot som lommeregner og til at anvende navne (variable), der giver mulighed for at opbygge modeller med inddata og uddata, og med mulighed for at opsamle data fra modellen og afbilde dem grafisk. Dette åbner for enkel løsning (ved hjælp af gættemetoden) af problemer, der før har været uden for rækkevidde.

VisiRegn ideer 3: Talrækker

Her frembringes talrækker ved hjælp af kopiering med relative og absolutte henvisninger.

VisiRegn ideer 4: Ligeværdige udtryk

Her arbejdes med udtryk, og hvordan man kan omforme dem, uden at udtrykkets værdi forandres (reduktion). VisiRegns feedback om udtrykkenes værdier bruges som støtte ved disse omformninger.

VisiRegn ideer 5: Eksperimenter med areal og rumfang

Man går på jagt efter størsteværdier ved hjælp af gættemetoden. Letforståelige problemer, hvis løsning traditionelt falder uden for skolens matematikundervisning, kan her klares med VisiRegn.

VisiRegn ideer 6: Simulering af chancer

Statistiske sandsynligheder, som faghæftet jo lægger op til anvendelsen af, bliver først for alvor interessante, når man hurtigt og enkelt kan udføre eksperimenter et stort antal gange. Det kan man i VisiRegn. Tre væsentlig forskellige (også i sværhedsgrad) metoder til simulering af chanceeksperimenter tages op i forbindelse med forskellige chancetituationer.

VisiRegn ideer 7: Skatteberegning

Mens man i de andre afsnit selv opbygger VisiRegn ark, så arbejdes der her med et allerede udarbejdet ark til beregning af sluskat for år 2000.

Her bliver VisiRegn anvendt som en avanceret lommeregner. Det vil sige, at der udelukkende regnes med tal og ikke med det, der er VisiRegns egentlige styrke, nemlig navne (variable). Aktiviteterne giver blot nogle få ideer. Kunsten for læreren og eleverne vil i det daglige arbejde ligge i at se, hvor man kan have glæde af at anvende VisiRegn.

Fx kunne VisiRegn på de første klassetrin indgå i forbindelse med arbejdet med talvenner (to naturlige tal, der lagt sammen giver 10) på de første klassetrin:

- Når du har fundet to talvenner, så lad VisiRegn kontrollere, at de er talvenner.
- Lav en liste over talvenner i VisiRegn.
- Sammenlign jeres lister over talvenner.
- Kan vi sikre os, at vi har alle talvennerne med i listen?

Senere i skoleforløbet kan VisiRegn fx, som det ses i nogle af de efterfølgende opgaver, bruges til udforskning af de algebraiske regneregler.

Talpuslerier (Regneregler)

Aktivitet 1.1

Der arbejdes med regneudtryk, hvori der ikke indgår navne men kun tal og her faktisk kun heltal. Kendskab til regneudtrykks opbygning og virkning er vigtig i forbindelse med brug af regneprogrammer.

Kendskab til VisiRegn

Aktiviteten forudsætter, at eleverne har/får kendskab til følgende i VisiRegn:

1. At man i kolonnen Udtryk kan indsætte et regneudtryk, og at man så 'gratis' vil få udtrykkets værdi leveret i kolonnen Værdi.
2. Hvordan man anbringer markøren og indtaster (og redigerer) udtryk. Se eventuelt afsnit 2.1 i 'Introduktion til VisiRegn', eller se i programmets indbyggede vejledning, der fås med menuvalget: Hjælp / Vejledning eller ved tryk på funktionstasten F1. Klik i vejledningen på 'Indtastning og afmærkning af område', der findes under overskriften 'Redigering i arket'.
3. Taltasterne, herunder dem på det numeriske tastatur, der kun er virksomme, når Num Lock tasten er 'tændt'. Tasterne for de 4 almindelige regneoperationer: + - * / . I opgaverne 25-30 er der desuden behov for en introduktion til, hvordan man skriver potenser i VisiRegn: 4^2 skrives i VisiRegn og andre regneprogrammer som 4^2 . ^ er egentlig et accent tegn (accent cirkumflex), så når man holder skiftenøglen nede og trykker på ^-tasten, sker der tilsyneladende ikke noget. Først ved næste tastetryk bliver tegnet ^ vist.
 1. At værdien bliver vist som ???, hvis programmet ikke kan tyde udtrykket (fx $2+*4$), eller hvis det ikke kan beregne udtrykket (fx $8/0$).
5. Der er ikke i aktiviteterne opfordret til rent administrative ting som
 - (a) at rense hele eller dele af VisiRegn-arket (afmærk og brug Delete)
 - (b) at indsætte eller fjerne linier (menuvalg Redigér)
 - (c) at gemme VisiRegn-arket (menuvalg Filer)

(d) at udskrive VisiRegn-arket (menuvalg Filer)
Hvad der skal ske af den slags må aftales med eleverne på forhånd.

Kort beskrivelse af opgaverne:

Opgave 1)-10) omhandler, hvordan et regneudtryk beregnes:

- I hvilken orden regneoperationerne udføres
(Først opløftes til potens $^$. Dernæst udføres multiplikation $*$ og division $/$. Endelig udføres addition $+$ og subtraktion $-$)
- Hvordan man selv med parenteser kan styre den orden, regneoperationerne udføres i

Eleverne bør have hørt om at nogle regnetegn ($*$ og $/$) er stærkere end andre ($+$ og $-$), og at de derfor bliver udført først. Samt at beregninger ved flere regnetegn med samme styrke bliver udført fra venstre mod højre, og endelig at indholdet af eventuelle parenteser beregnes først, startende med den inderste parentes (hvis der er flere parenteser).

Opgaverne kan meget vel løses uden VisiRegn, og det ville måske være en fordel først at overveje en del af dem uden programmet, men VisiRegn kan tjekke og give oversigt over løsninger, så man let kan sammenligne fremgangsmåder og resultater.

I opgaverne 4-7 vil man næppe i første omgang finde alle muligheder. Det er en god idé at give hjælp til jagten lidt efter lidt, fx:

1. hjælp: oplysning om, at der er flere muligheder.
2. hjælp: oplysning om, hvad det er for en værdi, man også kan frembringe.

Bemærk i øvrigt, at opgave 8 i princippet er løst for et vilkårligt naturligt tal, når man har løsningen til tallet 1.

Opgave 11)-14) behandler problemet med at bruge parenteser ved udformningen af udtryk.

Opgave 11: Start med 7. Træk 3 fra. Gang med 2. Her vil man nok kunne blive enige om at resultatet bliver 8, men der skal nok være nogen, der umiddelbart mener, at det tilsvarende regneudtryk ser sådan ud: $7-3*2$. VisiRegn vil jo så give dette udtryk værdien 1, hvad der må mane til eftertanke: Hvordan får VisiRegn værdien 1? Hvordan skal udtrykket ændres for at give den rigtige beskrivelse af situationen?

Opgave 15)-21) behandler at 'gange ind i en parentes' og at 'sætte fælles faktor udenfor parentes' – noget man jo egentlig ikke har brug for ved talregning, men måske er det nemmere her end ved navneregning at erkende 'at det virker'.

Opgave 22)-24) lidt flere opgaver med taljonglering.

Opgave 25)-30) forudsætter kendskab til potenser, kvadrattal og opløsning i faktorer og specielt primfaktorer. I opgave 18 kan man gå trinvist frem med opløsningen, idet VisiRegn bruges til at tjekke, fx 24 kan skrives som $4*6$ i første linie, i dette udtryk kan 4 opløses, så man får næste linies udtryk $2*2*6$, osv. indtil der ikke er flere faktorer, der kan opløses.

1) Hvad bliver $2+4*3$? _____

Indtast udtrykket i et Udtryksfelt i VisiRegn.

Tjek i Værdifeltet, om værdien bliver det, du havde gættet på?

Hvad bliver først udført + eller * ? _____

2) Hvad bliver $(2+4)*3$? _____

Tjek dit svar med VisiRegn. Hvilken virkning har parenteser? _____

3) Hvilken værdi giver de følgende udtryk?

(Regn selv først, og tjek så med VisiRegn).

Udtryk	Dit bud	VisiRegns værdi
$5 + 2*3$		
$(5+2)*3$		
$5+(2*3)$		
$(5+(2*3))$		
$((5+2)*3)$		
$12/2*3$		

4) Hvilken værdi giver udtrykket $2+3*4+1$? _____

Hvilke andre værdier kan man få frem ved at sætte parenteser i udtrykket? _____

(Man må her og i de næste opgaver gerne bruge flere sæt af parenteser).

Lad VisiRegn vise alle de muligheder, du finder.

5) Hvilken værdi giver udtrykket $12/2+1*4$? _____

Hvilke andre værdier kan man få frem ved at sætte parenteser i udtrykket? _____

6) Hvilken værdi giver udtrykket $2*13-3*4/2$? _____

Hvilke andre værdier kan man få frem ved at sætte parenteser i udtrykket? _____

- 7) Hvilken værdi giver udtrykket $24/3+1*3$? _____
Hvilke andre værdier kan man få frem ved at sætte parenteser i udtrykket? _____
- 8) Find udtryk, der giver værdierne: 1, 2, 3, ..., 10
Der må kun anvendes de fire tegn: 4, 7, + og -
Hvert af de fire tegn må gerne anvendes flere gange.
Prøv at finde udtryk, der er så korte som muligt.
Eksempel: $4+4-7$ giver værdien 1
- 9) Find udtryk, der giver værdierne: 0, 1, 2, ..., 9
Tegnet 3 skal i hvert udtryk indgå netop fire gange.
Der må derudover kun anvendes de fire regnetegn: +, -, *, / og parenteser: ()
Disse sidste seks tegn må gerne anvendes flere gange.
Eksempel: $3/3+3-3$ giver værdien 1
- 10) Som opgave 9), men nu skal der bruges fire 4-taller i stedet for fire 3-taller.
- 11) Regn 'i hovedet': Start med 7
Træk 3 fra
Gang med 2 Skriv resultatet her: _____
Tilsvarende regneudtryk i én linie i VisiRegn: _____
Tjek, at dit VisiRegn udtryk giver det samme som din hovedregning.
- 12) Regn 'i hovedet': Start med 2
Gang med 3
Læg 4 til
Gang med 5 Skriv resultatet her: _____
Tilsvarende regneudtryk i én linie i VisiRegn: _____
Tjek, at dit VisiRegn udtryk giver det samme som din hovedregning.

13) Regn 'i hovedet': Start med 3
Læg 2 til
Gang med 4 Skriv resultatet her: _____
Tilsvarende regneudtryk i én linie i VisiRegn: _____
Tjek, at dit VisiRegn udtryk giver det samme som din hovedregning.

14) Regn 'i hovedet': Start med 3
Gang med 4
Læg $2 \cdot 4$ til Skriv resultatet her: _____
Tilsvarende regneudtryk i én linie i VisiRegn: _____
Tjek, at dit VisiRegn udtryk giver det samme som din hovedregning.
Hvorfor får man det samme resultat i 13) og 14)?

Udtrykket $(4+3) \cdot 2$ regnes ud ved først at lægge 4 og 3 sammen og så gange resultatet med 2. Men man kan også omforme udtrykket til $4 \cdot 2 + 3 \cdot 2$ og altså først gange både 4 og 3 med 2 og så lægge resultaterne sammen. Man siger, at man har 'ganget ind i parenteser'. Bemærk, at det i de følgende opgaver ikke er dig, der skal regne. Du skal blot fortælle VisiRegn, hvad der skal regnes.

15) Indtast udtrykket $(4+6) \cdot 10$ i VisiRegn
Indtast nedenunder udtrykket, der fås ved at gange ind i parenteser.
Tjek, at de to værdier bliver ens?

16) Indtast udtrykket $5 \cdot (7-3)$ i VisiRegn
Indtast nedenunder udtrykket, der fås ved at gange ind i parenteser.
Tjek, at de to værdier bliver ens?

17) Indtast udtrykket $4 \cdot (16-6) + (2+3) \cdot 5$ i VisiRegn
Indtast nedenunder udtrykket, der fås ved at gange ind i parenteserne.
Tjek, at de to værdier bliver ens?

18) Indtast udtrykket $59 \cdot (432 + 15 \cdot 23) + 54 \cdot (789 - 612)$ i VisiRegn
Indtast nedenunder udtrykket, der fås ved at gange ind i parenteserne.
Tjek, at de to værdier bliver ens?

Man kan også gå den anden vej og sætte en fælles faktor uden for parentes.
Eksempel: Udtrykket $5*2+5*4$ kan omformes til udtrykket $5*(2+4)$
eller udtrykket $(2+4)*5$

19) Indtast udtrykket $16*2+4*2$ i VisiRegn
Indtast nedenunder udtrykket, der fås ved at sætte uden for parentes.
Tjek, at de to værdier bliver ens?

20) Indtast udtrykket $343*256-256*16$ i VisiRegn
Indtast nedenunder udtrykket, der fås ved at sætte uden for parentes.
Tjek, at de to værdier bliver ens?

21) Indtast udtrykket $448*123+154*123-123*602$ i VisiRegn
Indtast nedenunder udtrykket, der fås ved at sætte uden for parentes.
Tjek, at de to værdier bliver ens?

Og nu til noget helt andet:

22) Brug enten talrækken 1, 2, 3, 4, 5 eller talrækken 5, 4, 3, 2, 1 sammen
med parenteser og regnetegn (+ - * /) til at frembringe hver af
værdierne 5, 10, 15, 20, 25 og 30.
Eksempel: Værdien 5 kan frembringes med udtrykket $(1+2-3)*4+5$

23) Brug enten talrækken 1, 2, 3, 4, 5, 6 eller talrækken 6, 5, 4, 3, 2, 1
sammen med parenteser og regnetegn (+ - * /) til at frembringe hver
af værdierne 10, 20, 30, 40.

24) Brug enten talrækken 1, 3, 5, 7, 9 eller talrækken 9, 7, 5, 3, 1
sammen med parenteser og regnetegn (+ - * /) til at frembringe hver
af værdierne 10, 20, 30, 40.

- 25) Hvilken værdi giver udtrykket $2^4 + 1$? _____
Tjek med VisiRegn.
Man kunne naturligvis også have skrevet $2*2*2*2+1$. Prøv det.
- 26) Indsæt i VisiRegn de 6 udtryk: $1^2, 2^2, \dots, 6^2$ (kvadrattallene) og brug dem ved løsningen af denne opgave:
Vis, at værdierne 20, 21, 10, 18, 34, 12, 24, 32 og 40 kan fås som en sum eller en differens af kvadrattal.
Eksempel: værdien 20 kan frembringes ved udtrykket $4^2 + 2^2$
Eksempel: værdien 21 kan frembringes ved udtrykket $5^2 - 2^2$
- 27) Vis i VisiRegn alle de måder, hvorpå man kan skrive 24 som et produkt af to naturlige tal.
- 28) Indtast et udtryk, der viser 24 opløst i primfaktorer.
(VisiRegn viser dig om produktet har værdien 24, men du må selv kontrollere, at faktorerne er primtal).
- 29) Hvad er det for tal, der har primfaktoropløsning:
(a) $2^2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7^2$
(b) 2^{10}
- 30) Indtast udtryk, der viser, hvordan følgende tal opløses i primfaktorer:
- | | |
|--------|--------|
| (a) 18 | (e) 49 |
| (b) 27 | (f) 64 |
| (c) 36 | (g) 72 |
| (d) 48 | (h) 93 |
-