



VisiRegn ideer 3

Talrækker

Inge B. Larsen
ibl@dpu.dk
INFA juli 2001

Indhold:

Aktivitet	Emne	Klassetrin	Side
	Vejledning til Talrækker		2- 4
	Elevaktiviteter til Talrækker		
3.1	Talrækker (1)	M-Æ	5- 9
3.2	Hanoi-spillet	M-Æ	10-12
3.3	Talrækker (2)	M-Æ	13-15
3.4	Sum af de n første naturlige tal	M-Æ	16-18
3.5	Grafik fra ark	M-Æ	19-20

Angivelsen af klassetrin må naturligvis tages med en del forbehold.

B: Begyndertrinnet 1.-3. klasse

M: Mellemtrinnet 3.-7. klasse

Æ: Ældste klassetrin 7.-10. klasse

Kopiering af udtryk (formler i regneark) er som nævnt i aktiviteterne en meget vigtig og grundlæggende operation i regneprogrammer. Men det er nok også en af de operationer, der er lidt vanskelige at få hold på. En anden af de grundlæggende muligheder i regneprogrammer er grafisk afbildning af værdier fra et område af arket.

Talrækker (1)**Aktivitet 3.1**

Opgave 1) Kopiering af Navn

Opgave 2) Kopiering af Udtryk uden navne

Opgave 3)-4) Kopiering af Udtryk med navne
(som relative henvisninger, dvs. uden *-mærkning)

Opgave 5) De naturlige tal

Opgave 6) Fibonacci-tallene

Opgave 7) Lucas-tallene

Opgave 8) De ulige tal

Opgave 9)-10) Gangetabeller

Opgave 11) 'Afløsning af' af talrækkens system og dernæst frembringelse af talrækken i VisiRegn

(a) og (c) er kvotientrækker, mens (b) er en differensrække.

I (d) får man næste tal i rækken ved at gange med 2 og lægge 1 til. Denne række angiver i øvrigt, hvor mange træk, der mindst skal til i spillet Hanoi, når man har, at antallet af skiver er 1, 2, 3, 4, Se den næste aktivitet. Hanoi findes i øvrigt i en computer version blandt INFA's Begyndermatematikprogrammer.

Opgave 12) Lav egen talrække, og lad makker afløse dens system og bruge dette til at frembringe talrækken i VisiRegn

Tag kopi / Sæt kopi

I teksten henvises til de to knapper i værktøjslinien. Alternativer til disse er:

- tast Ctrl+c for at tage kopi og Ctrl+v for at sætte kopi
- vælg fra menuen Redigér/Tag kopi og Redigér/Sæt kopi

En taget kopi huskes indtil en ny anvendelse af Tag kopi.

Afmærk område:

Man kan afmærke et område i arket på følgende måder:

- Træk med musen over området.
- Anbring feltmarkøren i et hjørne af området og hold skiftenøglen nede, mens der klikkes på områdets modsatte hjørne. (Brug eventuelt rullepanelet for at komme til det modsatte hjørne).
- Anbring feltmarkøren i et hjørne af området, hold så skiftenøglen nede mens feltmarkøren vha. piletasterne flyttes til det modsatte hjørne.

Afmærkningen af et område forsvinder, når man klikker i arket eller bruger en af piletasterne.

Hanoi-spillet

Aktivitet 3.2

Denne aktivitet kan betragtes som et lille men meget oplagt sidespring. Her er der rig lejlighed til at komme ind på ræsonnement af den art, der efterlyses i faghæftet for matematik.

Spillet findes i en legetøjs træ-udgave, men kan naturligvis også fabrikeres med papskiver i forskellig størrelse og farve. Man kunne også fremstille spillet i træ i sløjde-timerne. Spillet findes desuden som et af INFAs Begyndermatematik-programmer.

Sagnet om templet i Hanoi vil utvivlsomt gøre sig bedre ved at blive fortalt end ved at blive læst. Beregningen af, at det vil tage over 584 942 millioner år at flytte de 64 skiver, er et godt eksempel på en interessant beregning, som man næppe orkede uden et regneprogram.

Antal skiver	Mindste antal træk	
1	1	$= 2^1 - 1$
2	$2 \cdot 1 + 1 = 3$	$= 2^2 - 1$
3	$2 \cdot 3 + 1 = 7$	$= 2^3 - 1$
4	$2 \cdot 7 + 1 = 15$	$= 2^4 - 1$
5	$2 \cdot 15 + 1 = 31$	$= 2^5 - 1$
6	$2 \cdot 31 + 1 = 63$	$= 2^6 - 1$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
n	$2 \cdot (2^{n-1} - 1) + 1 = 2^n - 2 + 1$	$= 2^n - 1$

Talrækker (2)

Aktivitet 3.3

- Opgave 1) Om *-mærkning – absolutte henvisninger
Opgave 2) Gangetabeller
Opgave 3) Differensrækker
Opgave 4) Kvotientrækker
Opgave 5) Renteberegning

Her tages så kopiering af Udtryk med absolutte henvisninger op. Det illustreres, hvordan denne mulighed er medvirkende til, at man kan udforme mere generelle modeller, for fx gangetabeller, differensrækker og kvotientrækker.

Når man skal kopiere et udtryk, bør man altid starte med at afgøre for hvert navn i udtrykket, om det skal *-mærkes, dvs. om det skal være en absolut eller en relativ henvisning. Når en kopiering ikke giver det resultat, man havde forventet, bør man omhyggeligt gå de fremkomne udtryk efter, følge udregningerne, og således indse, hvor det gik galt. Ofte vil det skyldes manglende *-mærkning.

Måske kan man i nogle opgaver ligefrem lege med alle de muligheder, der er for forskellig måder at kopiere på. Fx i tabelopgaven er der fire muligheder:

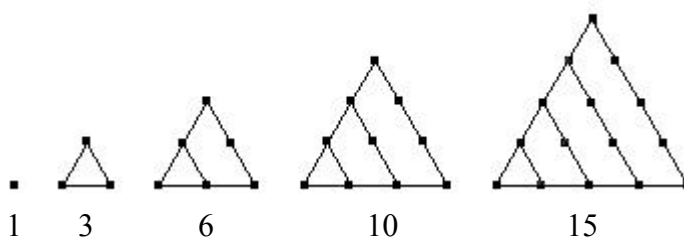
1. hverken tabel eller start er *-mærket
2. både tabel og start er *-mærket
3. kun tabel er *-mærket
4. kun start er *-mærket

i hvert tilfælde undersøges udtrykkene, og man tjekker, hvad det er programmet gør.

Sum af de n første naturlige tal

Aktivitet 3.4

Tre metoder til at finde summen af de n første naturlige tal.



De fremkomne sumtal kaldes også for trekantallene.

Nedenfor er vist en 4. metode (en specialudgave af 2. metode). Først kopierer man sig frem til så mange af de naturlige tal, som man ønsker. Dernæst bruger man SUM funktionen (som findes i VisiRegn fra version 1.22) og kopierer SUM(A2:A3) idet A2 *-mærkes, inden kopien sættes.

T	*	Navn	Udtryk	Værdi	Enhed
		A1	"De naturlige tal:		
	*	A2	1	1	
		A3	A2+1	2	
		A4	A3+1	3	
		A5	A4+1	4	
		A6	A5+1	5	
		A7	"Sum af de n første naturlige tal:		
		A8 Sum1	SUM(A2:A2)	1	
		A9 Sum2	SUM(A2:A3)	3	
		A10 Sum3	SUM(A2:A4)	6	
		A11 Sum4	SUM(A2:A5)	10	
		A12 Sum5	SUM(A2:A6)	15	

Grafik fra ark

Aktivitet 3.5

Kræver to terninger til hvert hold.

Med regneprogrammer kan man hurtigt få tegnet grafer, men de er ikke til megen nytte, hvis man ikke ved, hvordan de er fremkommet, og hvordan de kan fortolkes.

I opgaverne er der lagt op til at undersøge, hvordan graferne er fremkommet. Eleverne bør have nogen forhåndsviden om grafer, inden de kastes ud i dette. Eventuelt kan de starte med at tegne graferne på papir med blyant. Man kunne fokusere på, hvad vinder jeg i overblik med en bestemt graf, og hvad taber jeg af information?

Eksempel: Ved hyppighedspinde får jeg et overblik, over hvor mange gange hvert af de 6 mulige øjental forekommer. Til gengæld kan jeg ikke se i hvilken rækkefølge de kom, og jeg kan ikke se, hvad det syvende kast viste.

P.S.: Med Datakurve fra ark til rådighed kunne det være spændende at gå tilbage til nogle af de talrækker, der er arbejdet med og afbilde dem i form af datakurver. Fx kunne man få et godt visuelt indtryk af, hvor hurtigt Fibonacci-tallene vokser. Ligeledes kunne man fx med en afbildet kvotientrække ændre kvotientens værdi i arket og umiddelbart se virkningen på grafen.

I regneprogrammer har man mulighed for at kopiere udtryk (formler) fra et sted til et andet. Det er vigtigt at vide, hvordan man kan gøre det, for der er to gode grunde til at bruge kopiering, hvor det er muligt:

Det er hurtigere og det er sikrere.

1) Kopiering af Navn:

	Navn	Udtryk	Værdi	Enhed
A1	tal			
A2				

- Skriv ved A1 navnet *tal*, som vist ovenfor.
- Anbring cellemarkøren på navnet *tal*.
- Klik på *Tag kopi* knappen.
- Afmærk i Navn kolonnen området A2:A4 ved at trække over det med musen.

Et afmærket område vises blå med undtagelse af den første celle i området. Nu skal kopien afsættes i det afmærkede område:

- Klik på *Sæt kopi* knappen.

Det er jo ikke tilladt at have det samme Navn i to forskellige linier. Derfor bliver der i de kopier, der sættes, føjet et tal til navnet, så navnene bliver til tal1, tal2 og tal3. Det kan i nogle situationer være nyttigt at kunne kopiere navne på denne måde.

- Prøv at ændre navnet tal til tal8 og kopiér navnet til området A2:A4.

(a) Hvad bliver de tre navne nu? _____

2) Kopiering af Udtryk.

	Navn	Udtryk	Værdi	Enhed
A1	tal	$2*12$	24	
A2				

- Opstil som ovenfor.
- Anbring cellemarkøren på udtrykket for tal.
- Klik på *Tag kopi* knappen.

Der er nu taget en kopi af udtrykket $2*12$. Den vil vi sætte i området A2:A5:

- Afmærk i Udtryk kolonnen området A2:A5 fx ved at trække over det med musen.
- Klik på *Sæt kopi* knappen.

Når man kopierer et udtryk, der ikke indeholder navne, bliver kopien som her tegn for tegn nøjagtig lig med det oprindelige udtryk.

3) Anderledes går det, hvis man kopierer et udtryk, der indeholder et navn:
Opstil følgende i VisiRegn:

	Navn	Udtryk	Værdi	Enhed
A1	tal	10	10	
A2		tal+3	13	

- Kopiér først navnet tal til området A2:A5.
- Kopiér dernæst udtrykket tal+3 i til området A3:A5.

Bemærk, at navnet tal i det oprindelige udtryk i A2 henviser til værdien i linien lige ovenover. I hver af de indsatte kopier er navnet tal blevet ændret, sådan at det ændrede navn også henviser til linien lige ovenover. Med andre ord: alle de indsatte udtryk siger ligesom det oprindelige udtryk:

tag værdien lige ovenover og læg 3 til

Det samme vil enhver kopi af udtrykket sige, uanset hvor den sættes:

- Prøv at sætte kopien i Udtryk feltet i A10.

(a) Hvad bliver udtrykket i A10? _____

4)

	Navn	Udtryk	Værdi	Enhed
A1	Pia	12	12	kr.
A2	Jon	15	15	kr.
A3		Pia+Jon	27	kr.
A4		16	16	kr.
A5		22	22	kr.

(a) Gæt på hvordan udtrykket i A6 vil komme til at se ud, hvis du tager en kopi af udtrykket i A3 og sætter den i A6: _____

➤ Efterprøv dit gæt.

5) I talrækken 1, 2, 3, 4, ... kommer man fra et tal i rækken til det næste ved at lægge 1 til.

	Navn	Udtryk	Værdi	Enhed
A1		1	1	
A2		A1+1	2	

➤ Tag en kopi af udtrykket i A2 og sæt kopien i området A3:A199. (Området kan afmærkes på følgende måde: anbring markøren i Udtryk feltet i A3, brug så rullepanelet til at komme til A199 og hold så skiftesnøglen nede, mens der klikkes på Udtryk feltet i A199.)

(a) Hvilken værdi er der nu i linie A199? _____

6) Talrækken 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ... kaldes Fibonacci-tallene.

(a) Hvordan kommer man til et tal i rækken ved hjælp af de to tal, der står lige foran det? _____

	Navn	Udtryk	Værdi	Enhed
A1	Fib1	1	1	
A2	Fib2	1	1	
A3	Fib3			

Ovenfor er vist begyndelsen til et VisiRegn ark, der skal indeholde de første 199 Fibonacci-tal.

- Indsæt ved brug af Fib1 og Fib2 et udtryk for Fib3.
- Udbyg arket til at finde de første 199 Fibonacci-tal ved først at kopiere navn og dernæst udtryk fra A3.

(b) Hvad er værdien af det tyvende Fibonacci-tal? _____

Ved Fibonacci-tal nummer 50 er værdifeltet fyldt sådan ud: ###
De to foregående Fibonacci-tal er begge 10-cifrede, og man kan se at deres sum må blive 11-cifret, og så mange cifre er der ikke plads til i feltet, derfor ###.

➤ Højreklik på ### , så vil tallet blive vist i E-notation som
1.2586269025E+0010

E+0010 betyder, at man i tallet foran E skal flytte kommaet 10 pladser mod højre. Altså er tallet: 12 586 269 025

➤ Tjek dette resultat ved selv at lægge de to foregående Fibonacci-tal sammen vha. papir og blyant eller lommeregner.

7) Talrækken 1, 3, 4, 7, 11, 18, 29, ... kaldes Lucas tallene.

(a) Hvordan kommer man til et tal i rækken ved hjælp af de to tal, der står lige foran det? _____

Når man ser bort fra navnene, skal der blot ændres i et enkelt Udtryk felt for at værdierne i Fibonacci-arket viser Lucas-tallene i stedet for Fibonacci-tallene.

(b) Hvilken ændring er det? _____

(c) Hvad er værdien af det tyvende Lucas-tal? _____

8) Udform et VisiRegn-ark, der indeholder talrækken af ulige tal:
1, 3, 5, 7, 9, 11, ...

9) Udform et VisiRegn-ark, der indeholder 7-tabellen:
7, 14, 21, 28, 35, ...

10) Udform et VisiRegn-ark, der indeholder 51 tabellen:
51, 102, 153, ...

11) Kan du finde et system i hver af de efterfølgende talrækker og bruge det til at frembringe talrækken ved kopiering i VisiRegn?

- (a) 1, 2, 4, 8, 16, ...
- (b) 4, 11, 18, 25, 32, ...
- (c) 1, 3, 9, 27, 81, ...
- (d) 1, 3, 7, 15, 31, ...

12) Find dit eget system til frembringelse af en talrække i VisiRegn.

- **Skriv de første tal fra din talrække på papir, og lad din makker prøve at frembringe talrækken ved brug af kopiering i VisiRegn.**
-

Sagnet fortæller, at der i Hanoi findes et tempel, hvor der er 3 pinde og 64 guldskiver med forskellig størrelse og hul i midten, så de kan anbringes på en pind.

Til at begynde med var alle 64 skiver anbragt på samme pind (startpinden) og ordnet efter størrelse med den største nederst og den mindste øverst.

Munkene i templet har til opgave at flytte skiverne over til den ene af de andre pinde (slutpinden), idet de kan anvende den tredje pind (mellempinden) som en mellemstation. Dette er nødvendigt, da der gælder følgende to regler for flytning af skiver.

1. Der må kun flyttes én skive ad gangen.
2. Der må aldrig anbringes en større skive på en mindre skive.

Ifølge sagnet vil verden gå under, når alle skiverne er kommet over på slutpinden.

Lad os antage, at munkene kan flytte en skive hvert sekund døgnet rundt. Hvor længe vil det tage dem at få de 64 skiver over på slutpinden?

Vi vil først finde ud af, hvor få flytninger (træk), man kan nøjes med for at få flyttet de 64 skiver over på slutpinden. (Hvad gætter du på?)

64 skiver er jo mange, så lad os starte med nogle mere simple situationer.

Antal skiver	Mindste antal træk
1	1
2	3
3	
4	

Prøv selv de to tilfælde med henholdsvis 1 og 2 skiver og se, om du er enig i de resultater, der står i skemaet.

At man med 1 skive kan flytte alt fra start- til slutpind i et træk er vel klart.

Det er nok heller ikke svært at se, at der må 3 træk til ved 2 skiver.

Har man 3 skiver kunne man ræsonnere sådan:

1. Først må man flytte alt på nær den nederste skive (det vil her sige 2 skiver) over på mellempinden, sådan at den nederste skive kan komme over på sin plads på slutpinden.
2. Men fra foregående tilfælde (her det med 2 skiver) ved man, hvor mange træk der skal til at flytte alle skiver på nær den nederste over til mellempinden (her er det 3 træk).
3. Den nederste skive flyttes så over på slutpinden i 1 træk.
4. Endelig skal skiverne på mellempinden flyttes over på slutpinden, og her vil igen det foregående resultat give os hvor mange træk, der skal til.

Altså skal man mindst bruge $3 + 1 + 3 = 7$ træk.

Ved et tilsvarende ræsonnement får man, at der ved 4 skiver, skal bruges mindst $7 + 1 + 7 = 15$ træk.

(a) Hvad skal der bruges ved 5 skiver? _____

- Brug kopiering af udtryk i VisiRegn til af frembringe en liste over, hvor mange træk der mindst skal til ved henholdsvis 1, 2, 3, ..., 64 skiver. (Se evt. næste side.)

(b) Hvor mange cifre er der i tallet, som angiver det mindste antal træk, når man har 64 skiver? _____

Hvis munkene flytter 1 skive hvert sekund døgnet rundt, hvor længe vil de mon så være om at flytte de 64 skiver? _____

I VisiRegn arket på næste side indeholder navnet *skiver64* antallet af træk, der er nødvendige for at flytte 64 skiver. Tallet er for langt til at det kan vises i Værdi feltet, men det kan ses, ved at man højreklikker på Værdi feltet.

Gør opstillingen nedenfor færdig, sådan at der er beregnet, hvor mange sekunder, der er på 1 år, og hvor mange år det vil tage.

	Navn	Udtryk	Værdi	Enhed
A1	skiver1	1	1	træk
A2	skiver2	skiver1+1+skiver1	3	træk
:	:	:	:	:
A64	skiver64	skiver63+1+skiver63	###	træk
A65				
A66		"Et år har:		
A67	dage	365	365	dage
A68	timer	dage*	???	timer
A69	minutter	timer*	???	minut.
A70	sekunder	minutter*	???	sek.
A71		"Det vil tage:		
A72	år			år
A73		"dvs. i millioner af år:		
A74	millår	år/1000000	???	millår
A75				
A76		"P.S.: Antal træk iflg. formel:		
A77	Skiver	64	64	skiver
A78	Træk	2^Skiver-1	###	træk
A79		"Tjek (1=ja og 0=nej):		
A80		Træk=skiver64	1	ja/nej

(c) Hvor mange millioner år vil det mindst tage før de 64 skiver er flyttet over på slutpinden? _____

P.S.: Antallet af træk, der mindst skal til for at flytte de 64 skiver, kan også findes som $2^{64} - 1$

- Prøv at lade VisiRegn udregne dette udtryk. (Se ovenfor)
- Lad dernæst VisiRegn afgøre om de to måder til at finde det mindste antal træk ved 64 skiver giver det samme resultat. (Se ovenfor)

I almindelighed har man, at med n skiver skal der bruges mindst $2^n - 1$ træk.

* Udfordring:

Kan du udlede dette (mindst $2^n - 1$ træk) ud fra den måde, vi først fandt det mindste antal træk på?

Undertiden kan man have brug for, at et navn i et udtryk ikke ændrer sig, når man kopierer udtrykket. Det kan heldigvis også lade sig gøre.

1) Opstil følgende i VisiRegn:

T	*		Navn	Udtryk	Værdi	Enhed
	*	A1	tal	10	10	
		A2		tal+3	13	
		A3				

- *-mærk navnet *tal* ved at klikke i *-kolonnen til venstre for navnet.

Tager man nu kopi af et udtryk, der indeholder det *-mærkede navn *tal* (eller A1), så vil dette navn, uanset hvor man sætter kopien, være helt uændret.

- Tag kopi af udtrykket i A2, sæt kopien i området A3:A6, og bemærk, at navnet *tal* nu er fastholdt i alle kopierne.

Man omtaler et *-mærket navn som *absolut henvisning*.

- Fjern *-mærkningen af navnet *tal* ved at klikke på * til venstre for navnet.
- Afmærk området A3:A6 og brug Sæt kopi igen.
(Programmet husker stadig den tagne kopi af udtrykket i A2, hvis der ikke er ændret i dette udtryk eller taget kopi af et andet udtryk.)
Bemærk, hvordan navnet *tal* ved kopieringen nu ændres til et navn, der henviser til værdien i linien lige ovenover.

Man omtaler et ikke *-mærket navn som en *relativ henvisning*.

2) Opstil følgende i VisiRegn:

T	*		Navn	Udtryk	Værdi	Enhed
		A1	tabel	7	7	
		A2	start	tabel	7	
		A3		start+tabel	14	
		A4				

- Frembring nu 7-tabellen ved at kopiere udtrykket i A3 til de efterfølgende linier. (Du får brug for at *-mærke et af de to navne, der er i udtrykket!)

For nu at få 51-tabellen frem behøver du blot at sætte 51 et enkelt sted.

- Frembring 51-tabellen og dernæst 343-tabellen.
(Det var mere besværligt, dengang vi kun kunne bruge *relative henvisninger*.)

3) Talrækker som

- (1) 4, 11, 18, 25, 32, ... og
(2) 9, 20, 31, 42, 53, ...

er fastlagt ved to tal. Det ene starter man med, og det andet lægger man til for at komme til det næste tal i rækken.

Sådanne talrækker kaldes *differensrækker*, fordi forskellen (differensen) mellem to på hinanden følgende tal i rækken altid er den samme.

- (a) Hvilke to tal fastlægger talrækken i (1)? _____ og _____
(b) Hvilke to tal fastlægger talrækken i (2)? _____ og _____

- (c) Udform et VisiRegn-ark sådan, at man blot behøver at taste de to tal ind for at få differensrækken skrevet.

4) Talrækker som

- (1) 1, 2, 4, 8, 16, 32, ... og
(2) 2, 6, 18, 54, 162, ...

er fastlagt ved to tal. Det ene starter man med, og det andet ganger man med for at komme til det næste tal i rækken.

Sådanne talrækker kaldes *kvotientrækker*, fordi forholdet (kvotienten) mellem to på hinanden følgende tal i rækken altid er det samme.

- (a) Hvilke to tal fastlægger talrækken i (1)? _____ og _____
(b) Hvilke to tal fastlægger talrækken i (2)? _____ og _____

- (c) Udform et VisiRegn-ark sådan, at man blot behøver at taste de to tal ind for at få kvotientrækken skrevet.

5) Michael sætter 500 kr. ind på en bankkontoen, der giver 4% i rente om året. Vi vil finde ud af, hvor meget de 500 kr. vokser til i løbet af 10 år.

➤ Opstil følgende:

T	*		Navn	Udtryk	Værdi	Enhed
		A1	årspct	4	4.00	%
		A2	beløb	500	500.00	kr.
		A3	år1	$\text{beløb} + \text{beløb} * \text{årspct} / 100$	520.00	kr.

➤ Frembring navnene *år2*, *år3*, ..., *år10* ved kopiering.

Efter 2 år er beløbet vokset til 520 kr. plus 4% af 520 kr.

Efter 3 år er beløbet vokset til ... osv.

Efter hvert år skal der til det foregående års beløb lægges 4% af det foregående års beløb.

Man kan derfor blot kopiere udtrykket i A3 til de efterfølgende linier for at finde, hvor meget beløbet er vokset til efter 10 år.

➤ Kopier udtrykket i A3 til de 9 næste linier, men overvej først om navnene *beløb* og *årspct* skal *-mærkes.

(a) Hvor meget er de 500 kr. vokset til efter 10 år? _____

Brug opstillingen til at udfylde de tomme felter i skemaet:

startbeløb	500	500	600	200		
årspct	5	3	3	4	4	5
antal år	10	10	20		8	7
slutbeløb				333	900	1000

* Udfordring:

(*a) Udgør rækken af beløb i banken (tallene i A3, A4, A5, osv.) en differensrække eller en kvotientrække? _____

(*b) Hvilke to tal fastlægger i så fald rækken? _____ og _____

Tallene 1, 2, 3, 4, 5, ... kaldes *de naturlige tal*.

Summen af de 5 første af dem er $1+2+3+4+5$

Summen af de 10 første af dem er $1+2+3+4+5+6+7+8+9+10$

Vi vil med flere forskellige metoder beregne disse summer vha. VisiRegn.

1. metode:

	Navn	Udtryk	Værdi	Enhed
A1	Sum1	1	1	
A2	Sum2	1+2	3	
A3	Sum3	1+2+3	6	
A4	Sum4	1+2+3+4	10	

Fortsæt selv rækken op til summen af de 10 første naturlige tal.

2. metode:

Her anvendes kopiering, så at man ikke skal taste så meget ind. Til gengæld er det måske ikke helt så enkelt at se, hvor summerne befinder sig.

Vi vil vha. kopiering indsætte de 10 første naturlige tal i de første 10 linier. Starten er vist nedenunder.

- Tag kopi af navnet *n1* og Sæt kopi i A2:A10.
- Tag kopi af udtrykket for *n2* og sæt kopi i A3:A10.
- Tjek, at der nu er tallene fra 1 til 10.

	Navn	Udtryk	Værdi	Enhed
A1	n1	1	1	
A2	n2	n1+1	2	

Dernæst vil vi indsætte summerne i de 10 næste linier (A11:A20). Starten er vist nedenunder.

- Tag kopi af navn *Sum1* og sæt kopi i A12:A20.
- Tag kopi af udtrykket for *Sum2* og sæt kopi i A13:A20.

A11	Sum1	n1	1	
A12	Sum2	Sum1+n2	3	

- Tjek, at rækken af summer er i orden. (Er *Sum10* fx 55?)

- Beskriv hvor VisiRegn henter tallene til beregning af *Sum3*:

Med metode 2 behøvede man naturligvis ikke at stoppe ved de 10 første tal.

- Brug metode 2 til at finde summen af de 20 første naturlige tal.

(a) Hvad blev *Sum20*? _____

3. metode:

Her vil vi udlede en regel for, hvordan man kan finde summen af de n første naturlige tal uden at skulle lægge dem sammen. Vi vil til en start se på summen af de 10 første naturlige tal. Først skrives tallene i rækkeorden, og dernæst skrives de nedenunder i modsat orden.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
11	11	11	11	11	11	11	11	11	11

Når man så lægger dem parvis sammen, får man hele tiden 11.

Hvis man lægger de 10 11-taller sammen vil man have fået *Sum10* to gange. Altså må man have: $\text{Sum10} = 10 \cdot 11 / 2$

Find på tilsvarende måde *Sum5*. _____

Find på tilsvarende måde *Sum20*. _____

Skal man finde summen af de n første naturlige tal, kan man altså gøre det ved at tage det halve af tallet n ganget med dets efterfølger n+1:
 $\text{Sumn} = n \cdot (n+1) / 2$

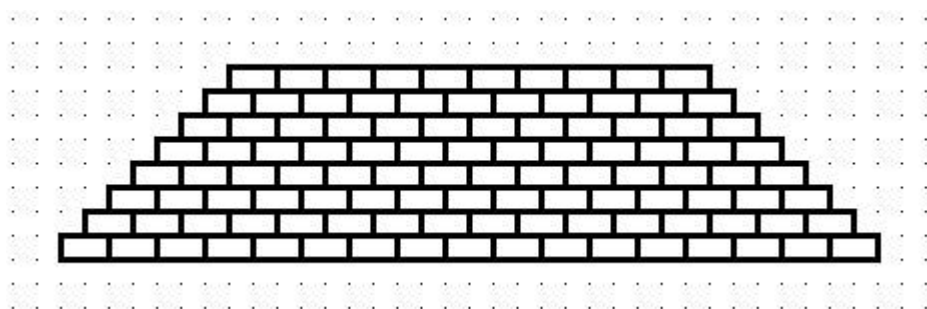
Med denne regel kan man i VisiRegn udforme en model, der som inddata har et naturligt tal n, og som uddata har summen af de n første naturlige tal.

- Gør modellen modellen på næste side færdig.

	Navn	Udtryk	Værdi	Enhed
A1		"Naturligt tal n:		
A2	n	10	10	
A3		"Sum af de n første		
A4		"naturlige tal:		
A5	Sumn			

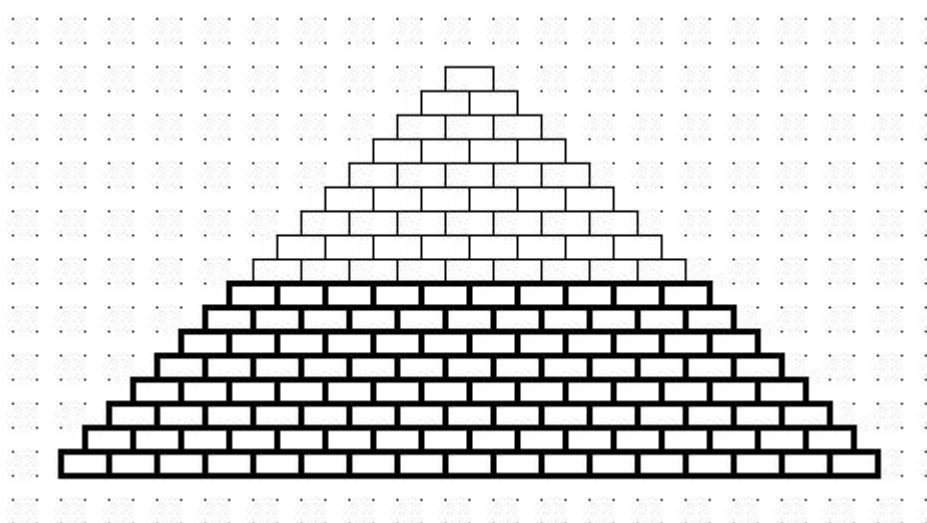
(b) Hvad er summen af de 200 første naturlige tal? Sum200 = _____

Et lille murstensproblem:



Hvor mange mursten er der i trappemuren? _____

Billedet herunder kan måske give en idé?



1) Kast en terning 50 gange og sæt dine resultater ind i A1:A50.

Eksempel:

	Navn	Udtryk	Værdi	Enhed
A1	tern1	6	6	øjne
A2	tern2	3	3	øjne
A3	tern3	4	4	øjne
A4	tern4	4	4	øjne
A5	tern5	2	2	øjne
:	:	:	:	:
A49	tern49	3	3	øjne
A50	tern50	5	5	øjne

➤ Afmærk området A1:A50 og vælg fra menuen *Grafik / Fra ark /*.

Der er her 3 muligheder for grafik.

➤ Prøv dem af og beskriv nedenfor, hvad hver af dem fortæller om de 50 terningekast:

Datapinde:

(a) Hvad er der afsat ud ad den vandrette akse? _____

(b) Hvad er der afsat ud ad den lodrette akse? _____

(c) Hvad kan du læse ud af grafen? _____

Datakurve:

(d) Hvad er der afsat ud ad den vandrette akse? _____

(e) Hvad er der afsat ud ad den lodrette akse? _____

(f) Hvad er sammenhængen mellem denne graf og Datapinde? _____

(g) Hvad kan du læse ud af grafen? _____

Hyppighedspinde:

(h) Hvad er der afsat ud ad den vandrette akse? _____

(i) Hvad er der afsat ud ad den lodrette akse? _____

(j) Hvad kan du læse ud af grafen? _____

2) Kast to terninger 50 gange, og indsæt hver gang summen af de to øjental i VisiRegn.

(k) Hvilken graf vil du bruge til at give dig information om de 50 øjensummer? _____

(l) Hvordan ser grafen ud sammenlignet med den tilsvarende graf for kast med én terning? (Forklar en eventuel fremtrædende forskel mellem.)
