



# VisiRegn ideer 4

## Ligeværdige udtryk

Inge B. Larsen  
ibl@dpu.dk  
INFA juli 2001

---

### Indhold:

Aktivitet	Emne	Klassetrin	Side
	<b>Vejledning til Ligeværdige udtryk</b>		2
	<b>Elevaktiviteter til Ligeværdige udtryk</b>		
4.1	Ligeværdige udtryk	M-Æ	3-5
4.2	Algebra afslører talmagi	M-Æ	6-8

---

Angivelsen af klassetrin må naturligvis tages med en del forbehold.

B: Begyndertrinnet 1.-3. klasse

M: Melletrinnet 3.-7. klasse

Æ: Ældste klassetrin 7.-10. klasse

**Ligeværdige udtryk****Aktivitet 4.1**

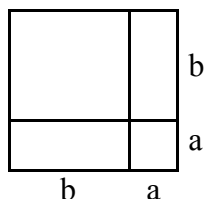
Der forudsættes et vist kendskab til algebraiske regneregler.

Et regneprogram udregner lige så gerne et langt som et kort udtryk. Så af den grund behøver man ikke at kunne reducere et udtryk. Men hvis to personer vil bruge hver sit udtryk til at finde den samme størrelse (fx omkredsen af et rektangel), så er det naturligvis betryggende, hvis man med kendskab til algebraiske regneregler kan indse, at disse to udtryk er ligeværdige (ensbetydende).

Som nævnt i opgave 1 vil man med VisiRegn hurtigt kunne tjekke, om reduktioner af et udtryk har samme værdi som udtrykket for forskellige værdier af de(n) ubekendte, men dette er naturligvis ikke en fuldstændig garanti for at udtrykkene er ligeværdige eller ensbetydende.

VisiRegn anvendes her som støtte ved omformninger (reduktion) af udtryk. De viste værdier kan af sløre en forkert omformning.

Opgave (a) At det giver  $a*b$  kan fx ses vha. arealovervejelser i forbindelse med et kvadrat med siden  $a+b$ :



---

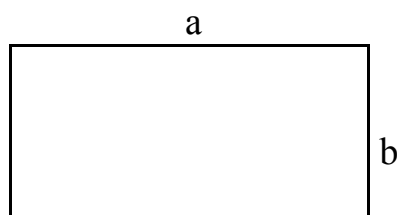
**Algebra afslører talmagi****Aktivitet 4.2**

Der forudsættes også her kendskab til algebraiske regneregler, og det vil nok være en god idé at have taget aktivitet 4.1 før aktivitet 4.2.

Her anvendes reduktion af udtryk til at afsløre virkningen af tre forskellige algoritmer. Ved de to første algoritmer vil sluttallet være lig med starttallet. Umiddelbart ser den tredje algoritme ud til at have det på samme måde, men den nærmere undersøgelse, som der lægges op til, viser at det ikke altid er tilfældet.

Det vil naturligvis være oplagt at indlede aktiviteten med en fælles afprøvning (uden computer) af den første algoritme. En afprøvning der forhåbentlig vil motivere til det videre arbejde med at finde ud af, hvorfor man, uanset hvilket tal man starter med, altid ender med dette tal.

---



Rektanglet ovenfor har siderne  $a$  og  $b$ . Bogstaverne  $a$  og  $b$  står som sædvanlig for tal. Det kunne være, at  $a$  var 5 og  $b$  var 2 (underforstået et eller andet længdemål, fx cm). Når vi gerne vil kunne tale om rektangler med alle mulige størrelser på én gang, kan det være nyttigt som her at bruge bogstaver i stedet for tal.

Fx finder man rektanglets omkreds ved at 'kredse om' rektanglet og finde, hvor meget man så har tilbagelagt. Det kunne man finde med udtrykket:  $a+b+a+b$

Man kunne også sige: Stykket  $a$  skal man gå 2 gange, og stykket  $b$  skal man gå 2 gange, så det giver udtrykket:  $2*a+2*b$

Man kunne også sige: Når man har gået først  $a$  og så  $b$ , så er man halvvejs. Så følgende udtryk for omkredsen kan bruges:  $2*(a+b)$

Indsat i VisiRegn kunne det se sådan ud:

	Navn	Udtryk	Værdi	Enhed
A1		"Omkreds af rektangel med siderne $a$ og $b$ ."		
A2	$a$	5	5.00	cm
A3	$b$	2	2.00	cm
A4	omkreds1	$a+b+a+b$	14.00	cm
A5	omkreds2	$2*a+2*b$	14.00	cm
A6	omkreds3	$2*(a+b)$	14.00	cm

Selv om  $a$  og  $b$  i VisiRegn er tillagt bestemte værdier (ovenfor 5 og 2), så er det jo meget enkelt at ændre disse værdier til vilkårlige andre tal, og de 3 udtryk, hvor omkredsen findes ved hjælp af navnene  $a$  og  $b$ , vil straks få en værdi, der svarer til værdierne af  $a$  og  $b$ .

- 1) Udform VisiRegn arket og tjek med forskellige værdier for  $a$  og  $b$ , at de 3 udtryk for omkredsen altid har samme værdi.

At værdierne i A3:A5 er ens for de værdier af  $a$  og  $b$ , vi har orket at prøve efter med, betyder naturligvis ikke, at vi har sikkerhed for, at de er ens for *alle* værdier. Men at værdierne af de 3 udtryk bliver ens støtter os i troen på, at vi har tænkt rigtigt, når vi fandt omkredsen på disse forskellige 3 måder.

I hvert fald ved vi, at vi har tænkt forkert (eller måske skrevet forkert), hvis de 3 udtryk for omkredsen ikke har samme værdi.

Sæt  $a$  til 5 og  $b$  til 2 i modellen ovenfor.

Skriv dit gæt på følgende spørgsmål, og tjek derefter med VisiRegn:

2) Hvilken værdi ville man få, hvis man i det sidste udtryk for omkredsen ikke havde sat parentes, men blot brugt udtrykket  $2*a+b$ ? \_\_\_\_\_

3) Hvilken værdi ville man få, hvis man brugte udtrykket  $a+b*2$ ? \_\_\_\_\_

Arealet af rektanglet kan jo man finde med udtrykket  $a*b$ .

4) Føj dette udtryk til VisiRegn-modellen ovenfor. Arealet bliver: \_\_\_\_\_

5) Tror du, at man kan finde arealet med udtrykket:

$(a+b)*(a+b) - a*a - b*b - a*b$ ? \_\_\_\_\_

(Tjek med forskellige værdier for  $a$  og  $b$ )

Regneregler fra algebraen kan hjælpe os til at se, om to udtryk er ligeværdige, dvs. at de altid har samme værdi. Fx kan man ved brug af regneregler foretage følgende omformning (reduktion) af  $a+b+a+b$ :

$$a+b+a+b = a+a+b+b = 2*a+2*b = 2*(a+b)$$

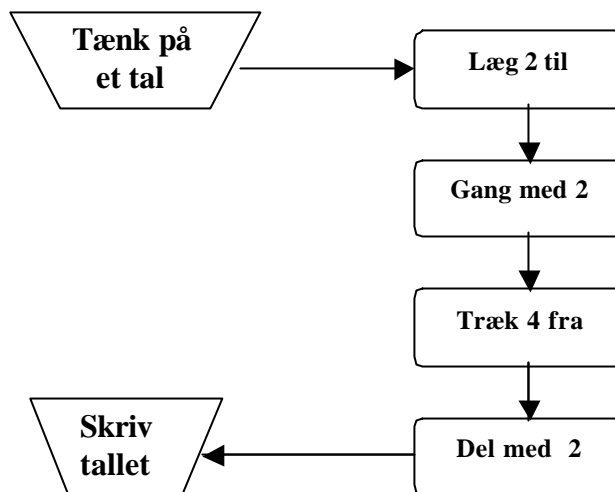
VisiRegn kan (sådan som ovenfor ved de 3 udtryk for omkredsen og de 2 udtryk for arealet) hjælpe med at tjekke, om man efter en omformning stadig får den samme værdi.

- 6) Brug VisiRegn ved reduktion af de følgende udtryk (a)-(j):  
Her vises starten: (Husk at tjekke med forskellige værdier for x)

	Navn	Udtryk	Værdi	Enhed
A1		"Omformning (reduktion) af udtryk.		
A2	x	5	5	
A3				
A4		"Opgave (a)		
A5		$2*x+3*x$	25	
A6		$5*x$	25	
A7				
A8		"Opgave (b)		
A9		$3*x+4*x-5*x$	10	
A10		$7*x-5*x$	10	
A11		$2*x$	10	

- (a)  $2*x+3*x$
- (b)  $3*x+4*x-5*x$
- (c)  $4*x-8*x+6*x+2*x$
- (d)  $-6*x+8-3*x-7$
- (e)  $-(x+8)-8*x-1$
- (f)  $-12*x+8*x-6+2$
- (g)  $2*(x-6)+8*x-6$
- (h)  $4*x-2*(x-3)$
- (i)  $16+4*(x-4)$
- (j)  $12+6*x-(x-1)$

1)



Prøv igen med et andet tal.

(a) Endte du igen med det tal, du startede med? \_\_\_\_\_

Byg udregningerne ind i VisiRegn, som vist nedenfor.

Prøv med forskellige værdier, om man altid ender med det tal, man startede med.

(b) Hvad får man, hvis man starter med et negativt tal som -5? \_\_\_\_\_

(c) Hvad får man, hvis man starter med et decimaltal som 7.68? \_\_\_\_\_

(d) Hvad får man fx, hvis man starter med en brøk som 1/3? \_\_\_\_\_

	Navn	Udtryk	Værdi	Enhed
A1	x	7	7	
A2	x1	x+2	9	
A3	x2	x1*2	18	
A4	x3	x2-4	14	
A5	x4	x3/2	7	

I modellen ovenfor er der brugt 4 linier til at finde slutresultatet.

Man kunne ved at bruge parenteser nøjes med 1 linie:

A6				
A7	ienlinie	$((x+2)*2)-4)/2$	7	

Tjek med forskellige værdier for x, at dette udtryk giver samme værdi som det i A5.

Vi kan nu skridt for skridt omforme (reducere) udtrykket i A7 uden at ændre dets værdi:

A6				
A7	ienlinie	$((x+2)*2)-4)/2$	7	
A8	step1	$(x*2+2*2)-4)/2$	7	
A9	step2	$(x*2+4)-4)/2$	7	
A10	step3	$(x*2+4-4)/2$	7	
A11	step4	$(x*2)/2$	7	
A12	step5	$x$	7	

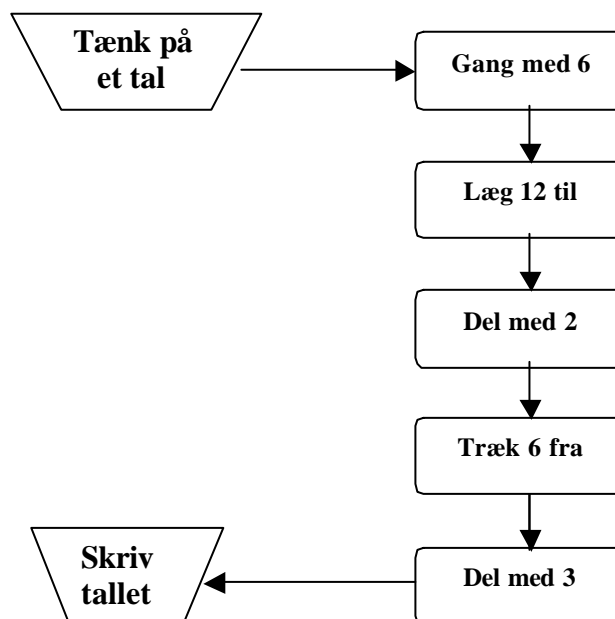
Tjek med forskellige værdier for  $x$ , at udtrykkene i A5 og A7:A12 har samme værdi.

At værdierne i A7:A12 er ens for de  $x$ -værdier, vi har orket at prøve efter med, betyder naturligvis ikke, at vi har sikkerhed for, at de er ens for alle  $x$ -værdier.

Her må vi stole på, at de regneregler, vi har brugt for at omforme udtrykket i A7 er rigtige. At værdierne af udtrykkene bliver ens kan være os en støtte. I hvert fald ved vi, at en omformning er forkert, hvis den ændrer værdien.

Omformningerne ovenfor afslører, hvorfor vi altid ender med det tal, vi startede med.

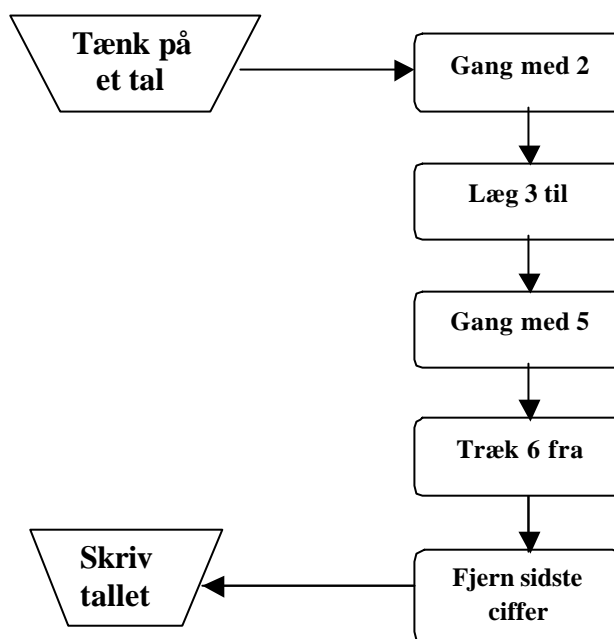
2)



Prøv med forskellige tal.

- (a) Byg en VisiRegn-model med en linie for hver regneoperation. Tjek den med forskellige værdier.
- (b) Byg en tilsvarende VisiRegn-model i blot en linie, altså ét udtryk, og omform udtrykket i de følgende linier, for at se, hvorfor starttal og sluttal altid er det samme.

3)



- (a) Byg en VisiRegn-model med en linie for hver regneoperation. Man kan fjerne det sidste ciffer i et heltal ved at dele tallet med 10 og bortskære decimaler med den indbyggede funktion AFK. Eksempel:  $AFK(58/10)$  giver værdien 5
- (b) Hvad giver starttallet  $x = -4$ , som sluttal? \_\_\_\_\_
- (c) Hvad giver starttallet  $x = 1,5$  som sluttal? \_\_\_\_\_
- (d) Byg en VisiRegn-model, der i ét udtryk udfører de 4 første operationer. (Den vil altså give det tal, som skal have fjernet sidste ciffer.)
- (e) Omform (reducér) udtrykket i de følgende linier.
- (f) Tilføj så en linie, med et udtryk, der fjerner sidste ciffer i det reducerede udtryk.