

## VisiRegn: En e-bro mellem regning og algebra

Inge B. Larsen

Siden midten af 80'erne har vi i INFA-projektet arbejdet med at udvikle regne(arks)programmer til skolens matematikundervisning. Dengang var de professionelle regnearksprogrammer helt uden for skolernes økonomiske muligheder, hvorfor der også i andre forskellige sammenhænge blev udviklet små regnearksprogrammer til skolebrug. Siden er de professionelle regnearksprogrammer som Excel eller Works nærmest blevet standardudstyr på computere, hvilket har gjort det nærliggende, men ikke nødvendigvis hensigtsmæssigt, at satse på disse programmer i skolens matematikundervisning, jf. artiklen 'Kan man regne med regneark i skolen?' i september 2000 nummeret af Matematik.

Gennem 90'erne har vi i INFA-projektet i tæt samarbejde med lærere, i de seneste år specielt med 2 matematiklærere og deres klasser ved Dronninggårdskolen i Holte, arbejdet med at udvikle et regneprogram, der bygger på kerne-ideen i et regnearksprogram, men hvis udformning er rettet mod skolens matematikundervisning og ikke mod forretningslivets behov.

Første udgave af programmet blev meget beskedent kaldt miniREGN. Den anden udgave har fået navn efter et af de vigtigste træk ved programmet, nemlig at den matematik, man anvender for at få foretaget udregninger, er synlig. Programmet kaldes VisiRegn for (Visible udRegninger). VisiRegn rummer væsentlige udbygninger af miniREGN. En første version af programmet vil formentlig være færdig, når dette læses. I artiklen 'Kan man regne med regneark i skolen?' beskrives en række ulemper ved brugen af regneark i skolens matematikundervisning. Nedenfor beskrives gennem små eksempler, hvordan vi med VisiRegn har forsøgt at komme uden om disse ulemper. Der kan i eksemplerne her naturligvis kun antydes nogle mulige veje, man kan gå i arbejdet med at åbne elevernes øjne for skønheden og nytten af elementær algebra.

Eksempel 1:

*Find tal, der lagt sammen giver 10.*

Eleven taster et regneudtryk ind i kolonne n Udtryk, og dets værdi dukker automatisk op i kolonnen Værdi (som man ikke kan skrive i).

figur 1

Navn	Udtryk	Værdi	Enhed
	3+7	10	
	1+9	10	
	6+4	10	

VisiRegn arket hjælper med at tjekke, om tallene giver summen 10 og giver en god oversigt over elevens forslag. Man kan sammenligne med andres forslag, og man kan måske endda finde en mere systematisk fremgangsmåde, der sikrer at alle muligheder kommer med.

I et regneark kunne man indtaste 'formler' som  $=3+7$ , men så snart indtastningen var færdig, ville man kun kunne se værdien 10. Man kunne naturligvis i stedet have, at eleverne indsatte tal i kolonne A og kolonne B, og at læreren så havde indsat formler, der fandt summen, i kolonne C, men igen ville den umiddelbare synlighed af, hvad der foregår, ikke være til stede, og værktøjet måtte så også forberedes af læreren.

Eksempel 2:

*Hvilken værdi har udtrykket  $12/2+1*4$  ? (Tjek dit svar med VisiRegn).*

*Hvilke andre værdier kan man få frem ved at sætte parenteser i udtrykket?*

figur 2

Navn	Udtryk	Værdi	Enhed
	$12/2+1*4$	10	
	$12/(2+1)*4$	16	

Her arbejdes med regneoperatorernes hierarki, og hvordan man med parenteser selv kan overtage styringen af den orden, hvori regneoperationerne udføres. Tallene i udtrykket er valgt med omhu, sådan at uanset hvordan man sætter parenteser, vil værdien være et heltal. (Man kan få 5 forskellige værdier frem). Arbejdet med mere komplicerede rene taludtryk burde jo egentlig være en naturlig indledning til bogstavregningen.

I de 2 første eksempler er VisiRegn anvendt som en avanceret lommeregner, men kernen i programmet er dets mulighed for at opbygge umiddelbart synlige matematiske modeller, opsamle data fra modellerne i tabeller og afbilde disse data grafisk. Dette gøres på en måde, så man hele tiden visuelt kan følge samspillet mellem modellen, og opbygningen af dens tabel og graf. I artikelform er det naturligvis vanskeligt at give et indtryk af dynamikken i dette elektroniske samspil.

I litteratur om skolens matematikundervisning kan man finde mange beskrivelser af de problemer, som eleverne har, når de går fra regning med tal til regning med bogstaver. Det sidste forekommer ofte eleverne så abstrakt, at det opfattes som indholdstom symbolmanipulation. Jens Højgaard Jensen nævner i sin artikel *Bogstavregning som almen dannelse*, at en årsag til problemet kan være, at eleverne aldrig har fattet fidusen ved bogstavregning - at den giver mulighed for at formalisere en problemstilling, således at der kan tages stilling til den og regnes på den. Håbet her er, at man med VisiRegn nemt kan få øje på fidusen, og at VisiRegn på den måde kan være en elektroniske bro, der letter den traditionelt svære overgang mellem talregning og bogstavregning.

Eksempel 3

*En forretning giver en uge 15% rabat på alle varer. Rabatten fratrækkes ved kassen. Hvad skal man betale for en vare, der har prisen 500,00 kr.?*

figur 3a

Navn	Udtryk	Værdi	Enhed
Pris	500.00	500.00	kr.
Rabat	$500.00*15/100$	75.00	kr.
Betal	$500.00-75.00$	425.00	kr.

Her finder man i VisiRegn den klassiske 3-delte opstilling:

- Først beskrives (i kolonnen Navn), hvad man er i gang med at finde/angive.
- Dernæst angives (i kolonnen Udtryk), hvordan man vil finde det.
- Endelig vises (i kolonnen Værdi, som man ikke kan skrive i), hvad resultatet af udregningen af Udtryk giver.

Hvis man vil finde, hvad der skal betales for en vare med en anden pris, så skal man i de 3 udtryk i figur 3a ind og rette 4 tal. Det er jo besværligt, men heldigvis er et navn i VisiRegn værdifuldt, ikke blot fordi det angiver, hvad man er i færd med at finde, men nok så meget fordi det faktisk har en værdi, nemlig den der er angivet i samme linie som navnet. Altså kan regneopstillingen ovenfor vha. navne (variable) omformes til en matematisk model, sådan at man blot skal indtaste tallet for Pris og så automatisk får leveret værdierne for Rabat og Betal.

figur 3b

Navn	Udtryk	Værdi	Enhed
Pris	500.00	500.00	kr.
Rabat	$\text{Pris} \cdot 15 / 100$	75.00	kr.
Betal	$\text{Pris} - \text{Rabat}$	425.00	kr.

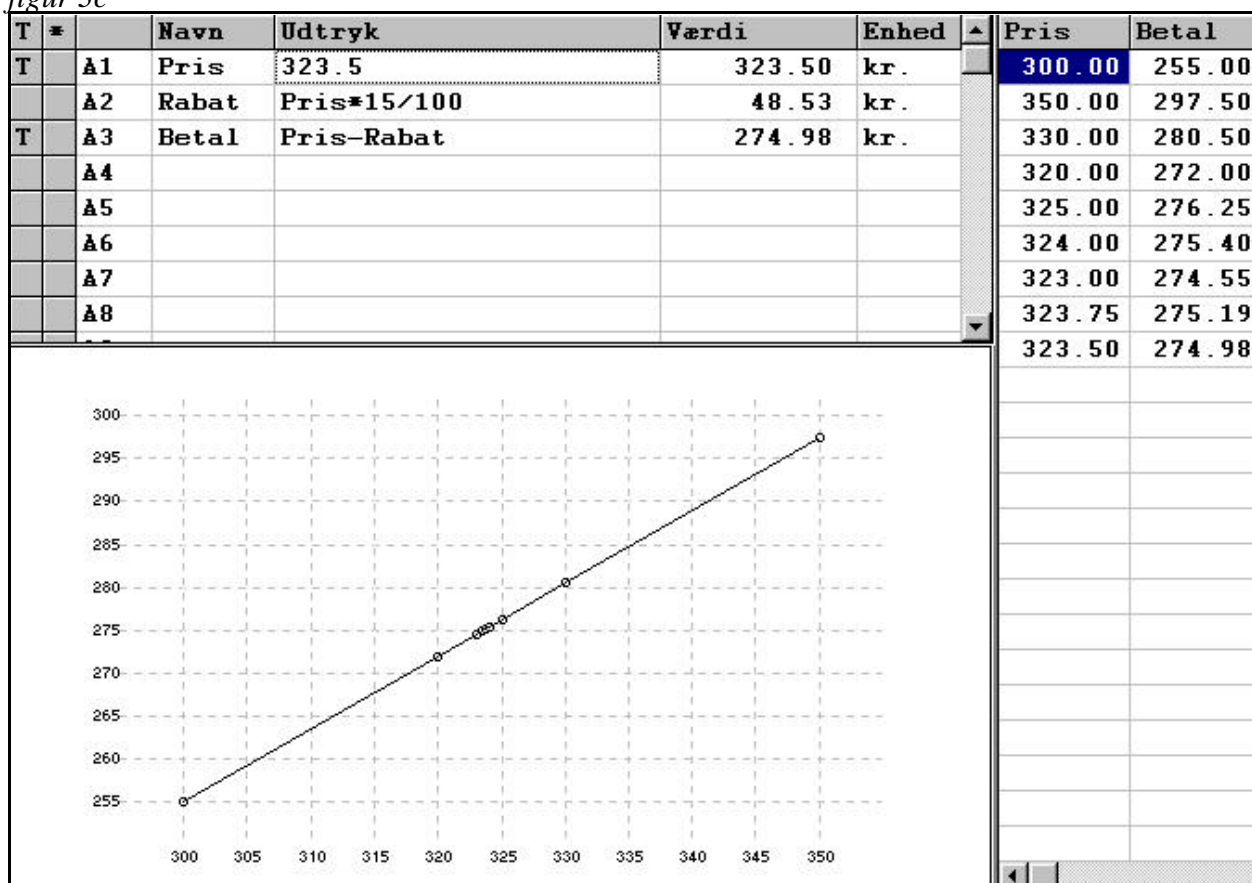
Vores hidtidige erfaringer tyder på, at det er overkommeligt for skolens elever at gå fra rene regneopstillinger og til de tilsvarende matematiske modeller, sådan som det er illustreret i figurerne 3a og 3b. En af grundene til dette kunne være brugen af informative variabelnavne som Pris, Rabat og Betal (i stedet for de traditionelle x, z og y eller regnearkets B1, C2 og C3). Måske skulle vi i skolen hellere tale om navneregning i stedet for bogstavregning. En anden grund kunne være, at variable her altid har en aktuel værdi, og at det variable ligger i, at man let kan ændre denne. Man slipper for den helt abstrakte idé, at den variable står for et vilkårligt tal. Endelig skal det igen fremhæves, at både regneopstillingen og modellen fremtræder for brugeren i en i alle detaljer synlig form.

Har man kompetencen til at beskrive en situation vha. en matematisk model i VisiRegn, så kan denne bruges til at løse problemer, hvis løsning meget vel kunne være uden for rækkevidde uden den elektroniske model. Denne styrke kan man få en anelse om i det følgende, hvor der bygges videre på det banale eksempel ovenfor:

*Hvis man har 275,00 kr. til at betale med, hvad er så den højeste pris, man kan tage med hen til kassen?*

For at besvare dette spørgsmål kræves der traditionelt, at man kan 'regne baglæns', eller at man kan opstille en ligning og løse denne. Begge metoder falder mange af skolens elever svært. Med VisiRegn er der en tredje metode, gættemetoden. Man prøver med forskellige værdier for Pris og arbejder sig på den måde frem til en værdi af Betal, som ligger tæt på 275 kr. uden at overstige denne. Den metode kan naturligvis også anvendes i et regneark, men der skal man selv holde styr på sine gæt, og hvad de gav som resultat. I VisiRegn kan man bede om (med T-mærkning yderst til venstre) at få disse opsamlet i en tabel, som vist i den højre del af figur 3c:

figur 3c



Af tabellen fremgår at en Pris på 323,50 kr. kan man klare, mens en Pris på 323,75 kr. ikke kan klares med de 275 kr. Gættemetoden forudsætter en god forståelse af modellens sammenhæng mellem inddata og uddata. Helt tilfældige gæt vil jo næppe føre frem til en løsning. Til gengæld kan man nøjes med at tænke i en fremadregnende model. Ligeledes må man ved gættemetoden overveje, hvilken nøjagtighed man mener, at svaret kræver.

Med tabellen til rådighed er det nærliggende som i figur 3c at bede om at få dens værdier afbildet som punkter i et koordinatsystem, og beder man om at få punkterne forbundet ser de jo ud til at ligge på en ret linie. Dette kunne føre til, at man forsøgte at udforske strukturen i modellen. Hvad er det der gør, at punkterne kommer til at ligge på en ret linie? Ser man bort fra linien med inddata, er modellen ovenfor på to linier, hvor man trinvis arbejder sig frem mod resultatet (problemet er opdelt i delproblemer). Men det ville nok være nemmere at se modellens struktur, hvis man kunne springe mellemeleddet (Rabat) over og have modellen i én linie, som vist i figur 3d.

figur 3d

	Navn	Udtryk	Værdi	Enhed
A1	Pris	323.5	323.50	kr.
A2	Betal	Pris-Pris*15/100	274.98	kr.
A3		"Omskrivninger:		
A4		(1-15/100)*Pris	274.98	
A5		0.85*Pris	274.98	

Dernæst kan man, som vist, lege med omskrivninger af modellen. VisiRegn kan ikke (og skal heller ikke kunne) foretage disse omskrivninger, men dens beregning af værdien af elevens omskrevne udtryk kan være en støtte. I hvert fald vil eleven vide, at en omskrivning er forkert,

hvis den ændrer værdien. På den anden side er en uændret værdi naturligvis ingen garanti for at omskrivningen er korrekt. Yderligere data til støtte eller forkastning af omskrivningen kan og bør indhentes gennem afprøvning af modellen med andre inddata.

VisiRegn kan naturligvis også være nyttig, hvis man ikke ønsker at anvende gættemetoden. Man kan udforme en tilbageregående model som i figur 3e. Her må så overvejes betydningen af de mange decimaler i svaret.

Figur 3e

	Navn	Udtryk	Værdi	Enhed
A1	betal	275	275.00	kr.
A2	pris	$\text{betal}/(100-15)*100$	323.529412	kr.

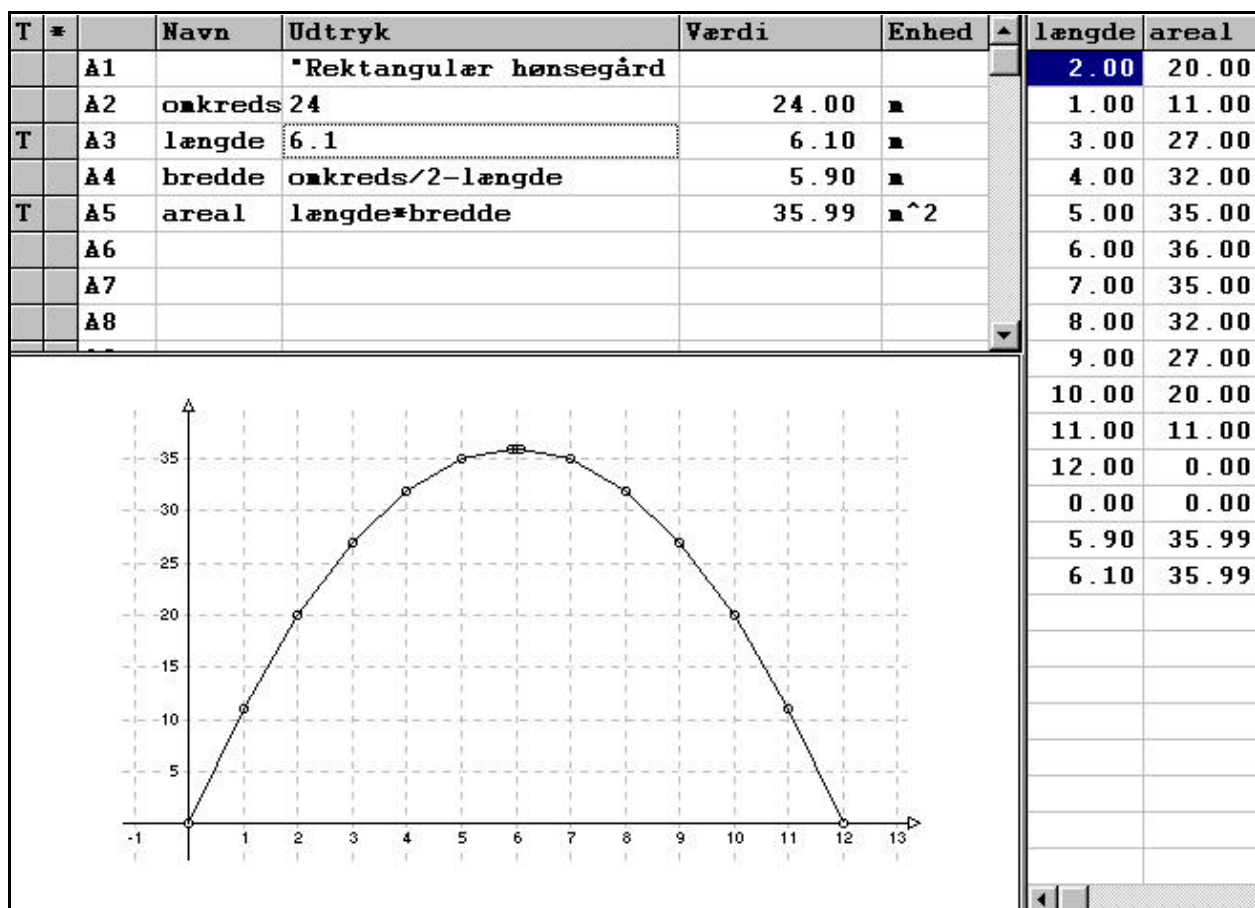
Hvis forretningen ofte skifter den procent, der gives i rabat, så er det enkelt at udbygge modellen ved at indskyde en linie, hvori der gives mulighed for at have rabatprocenten som inddata:

Figur 3f

Navn	Udtryk	Værdi	Enhed
Pris	600.00	600.00	kr.
Procent	10	10	%
Rabat	$\text{Pris}*\text{Procent}/100$	60.00	kr.
Betal	$\text{Pris}-\text{Rabat}$	540.00	kr.

Eksempel 4.

*Hønseavler Jensen har besluttet, at burhønsene skal have en rigtig udendørs hønsegård. Jensen har mere end rigelig plads til hønsegården, men han har desværre kun 24 m hegn. Han (og hønsene) vil naturligvis helst have hønsegården så stor som muligt (dvs. at den skal have så stort et areal som muligt).*



Her er blot vist det endelige VisiRegn-ark i det tilfælde, hvor hønsegården skal være rektangulær. Med gættemetoden kan problemet, som det ses, løses uden særligt kendskab til polynomiumsfunktioner af 2. grad.

Skal man for alvor have glæde af et værktøj, så skal man være tryk ved det. Det skal passe både til hånden og til hovedet. Med andre ord: det skal være let at håndtere, og dets virkemåde skal være indlysende og enkel at følge, sådan at det er ligetil at identificere situationer, hvor det er fordelagtigt at anvende værktøjet. Først når eleverne har sådanne værktøjer, vil vi for alvor se IT integreret i matematikundervisningen.

Det er en spændende proces at udvikle et program som VisiRegn. Vi har mange ideer til at forbedre det og får til stadighed flere fra matematiklærere, der har arbejdet med programmet.

Referencer:

Jensen, Jens Højgaard: *Bogstavregning som almen dannelse*, Kvan 56, Marts 2000, Matematikken i verden.

Larsen, Inge B.: *Kan man regne med regneark i skolen?* Matematik, nr. 5, September 2000

Læs mere om *INFA - IT i skolens matematik* på adressen: [www.infa.dk](http://www.infa.dk) eller i heftet:

*INFA 2000. Programmer. Tekster. Emma-temaer. Kurser over datanet*. MI 156.