

Indhold

	Side
1. VisiRegns cifferfunktioner $c_0, c_1, c_2, \dots, c_9$	1
1.1 Tværsum	1
1.2 Tjek af CPR-nummer	2
2. Tal og regning i andre baser	3
2.1 Addition i base n	3
2.2 Subtraktion i base n	4
2.3 Multiplikation i base n	4
2.4 Omsætning fra base n til base 10 og omvendt	5
3. Divisorer	6
3.1 Find divisorer i et tal	6
3.2 Find sum af divisorer i et tal	7
3.3 Perfekte tal	8
3.4 Venskabelige tal	8
3.5 Største fælles divisor for to tal (Euklids algoritme)	8

1. VisiRegns cifferfunktioner

VisiRegn er forsynet med de indbyggede funktioner:

$c_0(u)$, der returnerer det ciffer i værdien for udtrykket u , der står på enernes plads (10^0)
 $c_1(u)$, der returnerer det ciffer i værdien for udtrykket u , der står på tiernes plads (10^1)
 \vdots
 $c_9(u)$, der returnerer det ciffer i værdien for udtrykket u , der angiver tusinde millioner (10^9)

Disse kan være meget nyttige i forbindelse med udarbejdelsen af VisiRegn modeller til belysning af talteoretiske emner. Eksempelvis kan de være nyttige, hvis man vil finde tværsummen af et tal:

<u>Tværsummen af et tal n:</u>				
T*	Navn	Udtryk	Værdi	Enhed
A1		"Angiv en værdi for n (højst 7 cifre):		
* A2	n	1234567	1234567	
A3				
A4		"Tværsummen af n (n højst på 7 cifre):		
A5	tvær1	$C_0(n) + C_1(n) + C_2(n) + C_3(n) + C_4(n) + C_5(n) + C_6(n)$	28	
A6	tvær2	$C_0(\text{tvær1}) + C_1(\text{tvær1})$	10	
A7	tvær3	$C_0(\text{tvær2}) + C_1(\text{tvær2})$	1	

Ligeledes kan de, som det ses i VisiRegn-modellen på næste side, være nyttige, hvis man ønsker at tjekke et person-nummer (CPR-nr.).

Tjek af CPR-nr:

T*	Navn	Udtryk	Værdi	Enhed
A1		"CPR-nummer: F-L		
A2		"Indtast fødselsdato og løbenummer:		
* A3	F	290284	290284	
* A4	L	1205	1205	
A5		"		
A6				
A7		"CPR-nr. kontrol:		
A8		"De 10 cifre isoleres:		
A9	F1	C5 (F)	2	
A10	F2	C4 (F)	9	
A11	F3	C3 (F)	0	
A12	F4	C2 (F)	2	
A13	F5	C1 (F)	8	
A14	F6	C0 (F)	4	
A15	L1	C3 (L)	1	
A16	L2	C2 (L)	2	
A17	L3	C1 (L)	0	
A18	L4	C0 (L)	5	
A19		"En vægtet sum af de 9 første cifre:		
A20		F1*4	8	
A21		F2*3	27	
A22		F3*2	0	
A23		F4*7	14	
A24		F5*6	48	
A25		F6*5	20	
A26		L1*4	4	
A27		L2*3	6	
A28		L3*2	0	
A29	sum9	SUM(A20:A28)	127	
A30		"Rest ved division med 11:		
A31	rest11	RST(sum9;11)	6	
A32		"Kontrol/sidste ciffer skal da være:		
A33		11-rest11	5	
A34		"		
A35				
A36		"Er det overhovedet en dato?		
* A37	dag	F1*10+F2	29	
* A38	måned	F3*10+F4	2	
* A39	år	F5*10+F6	84	
A40		måned<13	1	
A41		(måned=12) * (dag<=31)	0	
A42		(måned=11) * (dag<=30)	0	
A43		(måned=10) * (dag<=31)	0	
A44		(måned=9) * (dag<=30)	0	
A45		(måned=8) * (dag<=31)	0	
A46		(måned=7) * (dag<=31)	0	
A47		(måned=6) * (dag<=30)	0	
A48		(måned=5) * (dag<=31)	0	
A49		(måned=4) * (dag<=30)	0	
A50		(måned=3) * (dag<=31)	0	
A51		(måned=1) * (dag<=31)	0	
A52		(måned=2) * (år/4=HELE(år/4)) * (dag<=29)	1	
A53		(måned=2) * (år/4<>HELE(år/4)) * (dag<=28)	0	
A54	ErDen2	SUM(A40:A53)	2	
A55		"Det er kun en dato,		
A56		"hvis summen herover er netop 2.		
A57		"Dog klarer tjekket her ikke de få år,		
A58		"der er delelige med 4, men alligevel		
A59		"ikke er skudår.		

2. Tal og regning i andre baser

Ønsker man at opbygge VisiRegn modeller, der kan bruges i forbindelse med arbejdet med talsystemer med andre baser end 10, så er cifferfunktionerne også særdeles nyttige. De 4 næste modeller er eksempler på dette. De 3 første af modellerne giver mulighed for at henholdsvis addere, subtrahere og multiplicere i en valgt base n ($1 < n < 11$), og den sidste giver mulighed for at få omsat et tal i base n til det tilsvarende tal i base 10 og omvendt at få omsat et tal i base 10 til det tilsvarende tal i en valgt anden base.

T*	Navn	Udtryk	Værdi	Enhed
A1		"Addition i base n:		
A2		"hvor n er 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, eller 10		
A3		"Angiv base-tallet n:		
* A4	n	7		7 base
A5		"Sum a+b:		
A6		"Angiv base-n tallet a (højst 7 cifre):		
* A7	a	6123456	6123456	a
A8		"Angiv base-n tallet b (højst 7 cifre):		
* A9	b	6543216	6543216	b
A10				
A11		"Udregning af a+b:		
A12	E0	RST(C0(a)+C0(b);n)		5 n^0
A13	m1	HEL((C0(a)+C0(b))/n)		1 mente
A14	E1	RST(m1+C1(a)+C1(b);n)		0 n^1
A15	m2	HEL((m1+C1(a)+C1(b))/n)		1 mente
A16	E2	RST(m2+C2(a)+C2(b);n)		0 n^2
A17	m3	HEL((m2+C2(a)+C2(b))/n)		1 mente
A18	E3	RST(m3+C3(a)+C3(b);n)		0 n^3
A19	m4	HEL((m3+C3(a)+C3(b))/n)		1 mente
A20	E4	RST(m4+C4(a)+C4(b);n)		0 n^4
A21	m5	HEL((m4+C5(a)+C5(b))/n)		1 mente
A22	E5	RST(m5+C5(a)+C5(b);n)		0 n^5
A23	m6	HEL((m5+C5(a)+C5(b))/n)		1 mente
A24	E6	RST(m6+C6(a)+C6(b);n)		6 n^6
A25	m7	HEL((m6+C6(a)+C6(b))/n)		1 mente
A26	E7	RST(m7+C7(a)+C7(b);n)		1 n^7
A27	plus	E0+E1*10+E2*10 ² +E3*10 ³ +E4*10 ⁴ +E5*10 ⁵ +E6*10 ⁶ +E7*10 ⁷	16000005	a+b

T*	Navn	Udtryk	Værdi	Enhed
A1		" Subtraktion i base n:		
A2		"hvor n er 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 eller 10		
A3		"Angiv base-tallet n:		
* A4	n	7		7 base
A5		"Differens a-b:		
A6		"Angiv base-n tallet a (højst 8 cifre):		
* A7	a	16000005	16000005	a
A8		"Angiv base-n tallet b (hvor b<a):		
* A9	b	6123456	6123456	b
A10				
A11		"Udregning af a-b:		
A12	L1	HVIS C0(a)<C0(b) SÅ 1 ELLERS 0		1 lån?
A13	E0	C0(a)+L1*n-C0(b)		6 n^0
A14	L2	HVIS (C1(a)-L1)<C1(b) SÅ 1 ELLERS 0		1 lån?
A15	E1	(C1(a)-L1)+L2*n-C1(b)		1 n^1
A16	L3	HVIS (C2(a)-L2)<C2(b) SÅ 1 ELLERS 0		1 lån?
A17	E2	(C2(a)-L2)+L3*n-C2(b)		2 n^2
A18	L4	HVIS (C3(a)-L3)<C3(b) SÅ 1 ELLERS 0		1 lån?
A19	E3	(C3(a)-L3)+L4*n-C3(b)		3 n^3
A20	L5	HVIS (C4(a)-L4)<C4(b) SÅ 1 ELLERS 0		1 lån?
A21	E4	(C4(a)-L4)+L5*n-C4(b)		4 n^4
A22	L6	HVIS (C5(a)-L5)<C5(b) SÅ 1 ELLERS 0		1 lån?
A23	E5	(C5(a)-L5)+L6*n-C5(b)		5 n^5
A24	L7	HVIS (C6(a)-L6)<C6(b) SÅ 1 ELLERS 0		1 lån?
A25	E6	(C6(a)-L6)+L7*n-C6(b)		6 n^6
A26	L8	HVIS (C7(a)-L7)<C7(b) SÅ 1 ELLERS 0		0 lån?
A27	E7	(C7(a)-L7)+L8*n-C7(b)		0 n^7
A28	forskel	E0+E1*10+E2*10^2+E3*10^3+E4*10^4+E5*10^5+E6*10^6+E7*10^7	6543216	a-b

T*	Navn	Udtryk	Værdi	Enhed
A1		" Multiplikation i base n:		
A2		"hvor n er 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 eller 10		
A3		"Angiv n:		
* A4	n	6		6 base
A5		"Produkt a*b:		
A6		"Angiv base-n tallet a (højst 5 cifre):		
* A7	a	135	135	a
A8		"Angiv base-n tallet b (højst 1 ciffer):		
* A9	b	5	5	b
A10				
A11		"Udregning af a*b:		
A12	m1	HEL(b*C0(a)/n)		4 mente
A13	E0	RST(b*C0(a);n)		1 n^0
A14	m2	HEL((b*C1(a)+m1)/n)		3 mente
A15	E1	RST(b*C1(a)+m1;n)		1 n^1
A16	m3	HEL((b*C2(a)+m2)/n)		1 mente
A17	E2	RST(b*C2(a)+m2;n)		2 n^2
A18	m4	HEL((b*C3(a)+m3)/n)		0 mente
A19	E3	RST(b*C3(a)+m3;n)		1 n^3
A20	m5	HEL((b*C4(a)+m4)/n)		0 mente
A21	E4	RST(b*C4(a)+m4;n)		0 n^4
A22	m6	HEL((b*C5(a)+m5)/n)		0 mente
A23	E5	RST(b*C5(a)+m5;n)		0 n^5
A24	m7	HEL((b*C6(a)+m6)/n)		0 mente
A25	produkt	E0+E1*10+E2*10^2+E3*10^3+E4*10^4+E5*10^5	1211	a*b

T*	Navn	Udtryk	Værdi	Enhed
A1		"Omsætning af et tal i base n til det		
A2		"tilsvarende tal i base 10.		
A3		"n kan sættes til 2,3,4,5,6,7,8 eller 9:		
* A4	n	5	5	base
A5		"Tallet i base n (taln) kan højst have		
A6		"5 cifre, der naturligvis hver især må		
A7		"være mindre end n.		
* A8	taln	13024	13024	
A9		"De enkelte cifres værdi i base 10 findes:		
A10		C0(taln)	4	
A11		C1(taln)*n	10	
A12		C2(taln)*n^2	0	
A13		C3(taln)*n^3	375	
A14		C4(taln)*n^4	625	
A15		"taln er i base 10:		
A16	tal10	SUM(A10:A14)	1014	
A17		"		
A18				
A19		"Omsætning af et tal i base 10 til det		
A20		"tilsvarende tal i base m.		
A21		"m kan sættes til 2,3,4,5,6,7,8 eller 9:		
* A22	m	5	5	base
A23		"Tallet i base 10 (Tal10) må højst være:		
A24	max	m^6-1	15624	
A25				
A26		" METODE 1:		
A27	Tal10	1014	1014	
A28	p5	HEL(Tal10/m^5)	0	
A29	rest5	RST(Tal10;m^5)	1014	
A30	p4	HEL(rest5/m^4)	1	
A31	rest4	RST(rest5;m^4)	389	
A32	p3	HEL(rest4/m^3)	3	
A33	rest3	RST(rest4;m^3)	14	
A34	p2	HEL(rest3/m^2)	0	
A35	rest2	RST(rest4;m^2)	14	
A36	p1	HEL(rest2/m^1)	2	
A37	rest1	RST(rest2;m^1)	4	
A38	p0	HEL(rest1/m^0)	4	
A39		"Tal10 er i base m:		
A40	Talm	p0+p1*10+p2*10^2+p3*10^3+p4*10^4+p5*10^5	13024	
A41		" -----		
A42		" METODE 2:		
A43	div1	HEL(Tal10/m)	202	
A44	P0	RST(Tal10;m)	4	
A45	div2	HEL(div1/m)	40	
A46	P1	RST(div1;m)	2	
A47	div3	HEL(div2/m)	8	
A48	P2	RST(div2;m)	0	
A49	div4	HEL(div3/m)	1	
A50	P3	RST(div3;m)	3	
A51	div5	HEL(div4/m)	0	
A52	P4	RST(div4;m)	1	
A53	div6	HEL(div5/m)	0	
A54	P5	RST(div5;m)	0	
A55		"Tal10 er i base m:		
A56	TaLm	P0+P1*10+P2*10^2+P3*10^3+P4*10^4+P5*10^5	13024	

3. Divisorer

Når man vil undersøge, om et tal d går op i et andet tal n , kan man fx anvende VisiRegns indbyggede funktion $RST(n;d)$, der giver resten ved division af det ikke-negative heltal n med det naturlige tal d . Så d går op i n netop når $RST(n;d)$ har værdien 0.

3.1 Find divisorerne i et tal

Ved hjælp af følgende lille VisiRegn-ark kan man finde divisorerne i et heltal n . De tre navne T-mærkes (ude til venstre), og der vil så automatisk oprettes en tabel med 3 kolonner en for hvert navn. Navnet d er selvhenvissende, idet det forøges med 1 ved hver gennemregning af arket. Værdien for d (og dermed også værdien for *spørg*) er som det ses ukendt til at starte med.

T*	Navn	Udtryk	Værdi	Enhed
T A1	n	18		18
T A2	d	$d+1$???	
T A3	spørg	HVIS $RST(n;d)=0$ SÅ 1	???	

Før man kan begynde, må man startstille d , her med værdien 1, ved hjælp af menuvalget *Funktioner/Startstil navne* (eller funktionstasten F10):

T*	Navn	Udtryk	Værdi	Enhed
T A1	n	18		18
T A2	d	$d+1$		1
T A3	spørg	HVIS $RST(n;d)=0$ SÅ 1		1

Ved hvert tryk på funktionstasten F9 (eller klik på kuglerammen) gennemregnes arket, hvorved værdien af d forøges med 1. Man kan på den vis frembringe følgende tabel, af hvilken det fremgår, hvilke af tallene 1-18, der er divisorer i 18:

n	d	spørg
18	1	1
18	2	1
18	3	1
18	4	
18	5	
18	6	1
18	7	
18	8	
18	9	1
18	10	
18	11	
18	12	
18	13	
18	14	
18	15	
18	16	
18	17	
18	18	1

3.2 Find sum af divisorer i et tal

Ved hjælp af følgende lille ark kan man finde summen af divisorer i et tal n .

T*	Navn	Udtryk	Værdi	Enhed
A1	n	18		18
A2	d	$d+1$???	
A3		"Sum af divisorer:		
A4	S_{div}	HVIS $RST(n;d)=0$ SÅ $S_{div}+d$ ELLERS S_{div}	???	

De tre navne T-mærkes, så man får en tabel over deres værdier. Både d og S_{div} er selvhenvisende navne, som må startstilles (begge til 1), inden man kan gå i gang. Som det ses vil summen af divisorer (S_{div}) blive forøget med værdien af d , netop når denne er divisor i n .

T*	Navn	Udtryk	Værdi	Enhed
T A1	n	18		18
T A2	d	$d+1$		1
A3		"Sum af divisorer:		
T A4	S_{div}	HVIS $RST(n;d)=0$ SÅ $S_{div}+d$ ELLERS S_{div}		1

Man kan så få følgende tabel:

n	d	S_{div}
18	1	1
18	2	3
18	3	6
18	4	6
18	5	6
18	6	12
18	7	12
18	8	12
18	9	21
18	10	21
18	11	21
18	12	21
18	13	21
18	14	21
18	15	21
18	16	21
18	17	21
18	18	39

Dette ark kan fx være nyttigt ved arbejdet med *perfekte tal* og *venskabelige tal* – se nedenfor.

3.3 Perfekte tal

Et *perfekt* (også kaldet *fuldkomment*) *tal* er et naturligt tal større end 1, hvorom der gælder, at summen af de *ægte divisorer* i tallet er lig med tallet selv.

En *ægte divisor* i et tal er en divisor i tallet, der er forskellig fra tallet selv.

Således er 6 et perfekt tal, da de ægte divisorer i 6 er 1, 2 og 3, og $1+2+3 = 6$.
Der findes ét encifret, ét tocifret og ét trecifret perfekt tal.

Bestem hvilke af følgende tal, der er perfekte:
12, 24, 28, 36, 112, 226, 368, 496, 524, 568

3.4 Venskabelige tal

To naturlige tal a og b siges at være *venskabelige tal*, når summen af de ægte divisorer i a er lig med b og samtidig summen af de ægte divisorer i b er lig med a .

Der findes kun ét par af venskabelige tal i intervallet $[1;1000]$. Det ene af disse tal er 284. Find det andet tal, som 284 er venskabeligt med.

3.5 Største fælles divisor for to tal (Euklids algoritme)

T*	Navn	Udtryk	Værdi	Enhed
A1		"Euklids algoritme til bestemmelse af		
A2		"største fælles divisor for to naturlige		
A3		"tal a og b .		
A4		"(værdien over 0 er sfd for a og b)		
A5		"Angiv de naturlige tal a og b :		
A6	a	1927		1927
A7	b	1763		1763
A8	rest1	RST($a;b$)		164
A9	rest2	RST(b ;rest1)		123
A10	rest3	RST(rest1;rest2)		41
A11	rest4	RST(rest2;rest3)		0
A12	rest5	RST(rest3;rest4)	???	
A13	rest6	RST(rest4;rest5)	???	
A14	rest7	RST(rest5;rest6)	???	
A15	rest8	RST(rest6;rest7)	???	
A16	rest9	RST(rest7;rest8)	???	
A17	rest10	RST(rest8;rest9)	???	